

Mathématiques

PROBATOIRE Série D

Session 2004



Exercice 1

Voici les tailles des élèves d'une classe de première d'un établissement scolaire :

Tailles en cm	[130 ; 135[	[135 ; 145[	[145 ; 150[	[150 ; 155[	[155 ; 165[	[165 ; 170[	[170 ; 175[
Effectifs	1	4	7	10	8	3	2
Effectifs cumulés croissants							

On donnera les arrondis d'ordre zéro de tous les résultats.

- Déterminer le nombre des élèves de cette classe.
 - Recopier et compléter sur votre feuille de composition le tableau ci-dessus.
 - Calculer la moyenne $\bar{x}$; l'écart-type σ ; $\bar{x} - \sigma$ et $\bar{x} + \sigma$.
 - Construire le polygone des effectifs cumulés croissants sur un papier millimétré.
- Lire graphiquement les effectifs cumulés respectifs dont la taille est inférieure respectivement à $\bar{x} - \sigma$ et $\bar{x} + \sigma$.
 - En déduire l'effectif cumulé dont la taille est dans l'intervalle $[\bar{x} - \sigma ; \bar{x} + \sigma]$.
 - Quel pourcentage de l'effectif total représente ce dernier effectif.

Exercice 2

Un marchand de jouets désirant attirer chez des enfants potentiels distribuait chaque jour le même nombre de bonbons gratuitement aux enfants qui se présentaient chez lui à la sortie de l'école. Le lundi, n enfants se sont partagés à égalité les bonbons. Le mardi, quatre enfants des n enfants ne vinrent pas ; alors chacun des autres eut 6 bonbons de plus. Le mercredi, certains n enfants ont ramené des copains ; il y avait 12 enfants de plus, de sorte que chacun d'eux eut 6 bonbons de moins.

- En désignant x le nombre de bonbons que distribuait le marchand ; k le nombre de bonbons reçus le lundi par chacun des n enfants, montrer que n et k vérifient le système :

$$\begin{cases} 6n - 4k = 24 \\ 12k - 6n = 72 \end{cases}$$
- Déterminer :
 - Le nombre de bonbons que chaque enfant avait reçus le lundi.
 - Le nombre d'enfants qui se sont présentés le lundi chez le marchand.
 - Le nombre de bonbons que le marchand distribuait chaque jour.

Problème**Partie A :**

Soit (U_n) la suite numérique définie par :
$$\begin{cases} U_0 = 4 \\ U_{n+1} = \frac{1}{3}U_n + \frac{2}{3} \end{cases}$$

On considère le plan rapporté à un repère orthonormé (O, I, J) .

1. Représenter les cinq premiers termes de cette suite sur l'axe des abscisses.
2. Faire une conjecture sur le sens de variation et la convergence de la suite (U_n) .
3. Soit la suite (V_n) définie pour tout entier naturel n par $V_n = U_n - 1$.
 - (a) Montrer que la suite (V_n) est géométrique dont donnera la raison q et le premier terme V_0 .
 - (b) Exprimer V_n , puis U_n en fonction de n .
4. On pose $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$ et $S'_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$.
Déterminer S_n et S'_n en fonction de n .

Partie B :

Soit les trois fonctions numériques f, g et h définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^2 - 1, \quad g(x) = x^2 + x + 1 \quad \text{et} \quad h(x) = 2x + 1.$$

1. Tracer dans le plan rapporté à un repère orthonormé les courbes C_f, C_g et C_h , respectivement des fonctions f, g et h .
2. (a) Résoudre graphiquement le système
$$\begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \\ h(x) > 0 \end{cases}$$
 - (b) Pour tout x solution de ce système, montrer que l'on peut toujours construire un triangle ABC dont les longueurs des côtés sont : $BC = f(x)$; $AC = g(x)$ et $AB = h(x)$.
 - (c) Déterminer x tel que ABC soit isocèle de sommet principal B .
3. Soit t la fonction numérique définie par : $t(x) = -f(|x|)$. A l'aide de la courbe C_f :
 - (a) Donner le programme de construction de la courbe C_t de la fonction t .
 - (b) Tracer la courbe C_t dans le même repère que C_f .