

Mathématiques

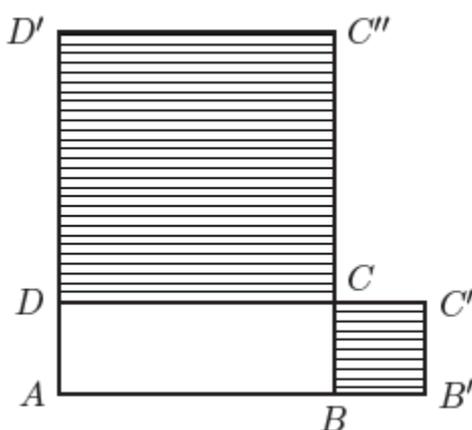
PROBATOIRE Série D

Session 2001



Exercice 1

Sur la figure ci-dessous, $ABCD$ est un rectangle, $BCC'B'$ et $DCC''D'$ sont des carrés. On suppose que : l'aire totale des parties hachurées vaut 169 centimètres carrés ; l'aire de la partie non hachurée est égale à 60 centimètres carrés.



On pose $AB = x$; $BC = y$ ($x > y$).

- 1- Démontrer que $x^4 - 169x^2 + 3600 = 0$.
- 2- En déduire les dimensions x et y du rectangle.

Exercice 2

Le tableau suivant donne la répartition des candidats à un concours de mathématiques selon leurs notes.

Notes	$[0, 3[$	$[3, 6[$	$[6, 10[$	$[10, 12[$	$[12, 14[$	$[14, 16[$	$[16, 18[$	$[18, 20[$
Effectifs	30	45	25	20	12	10	5	3
Fréquences (%)	20	30			8		3,33	2
Effectifs cumulés croissants	30		100		132		147	150
Effectifs cumulés décroissants		120		50		18	8	3

- 1- Recopier et compléter ce tableau par :
 - (a) La ligne des fréquences ;
 - (b) La ligne des effectifs cumulés croissants ;
 - (c) La ligne des effectifs cumulés décroissants ;
- 2- Répondre par Vrai ou Faux

- (a) 50% des candidats ont eu une note supérieure ou égale à 10.
 - (b) 120 candidats ont eu une note supérieure ou égale à 3.
 - (c) 50% des candidats ont une note inférieure à 6.
- 3- (a) Construire dans un même repère du plan les polygones des effectifs cumulés croissants et décroissants. (On prendra 1cm pour 2 unités en abscisses, 1cm pour 15 unités en ordonnées).
- (b) Déterminer la classe modale de cette série statistique.
 - (c) Déterminer graphiquement la médiane de cette série statistique.

Problème

- I- Soient A, B et I trois points du plan tels que $AB = 5$ cm et I le milieu de $[AB]$.
- 1) Construire le barycentre G des points pondérés $(A ; 2), (B ; -1)$.
 - 2) Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tels que :
 - (a) $MA^2 + MB^2 = \frac{125}{2}$;
 - (b) $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = \frac{11}{4}$.
- II- (1) Résoudre dans l'intervalle $[0, 2\pi[$ l'équation $2\sin^2 x - (2 + \sqrt{2}) \sin x + \sqrt{2} = 0$ (On pourra remarquer que $6 - 4\sqrt{2} = (2 - \sqrt{2})^2$).
- (2) Représenter les images des solutions sur un cercle trigonométriques.
- III- La fonction f de la variable réelle x est définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \frac{3}{x^2+1}$.
- (C) désigne la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormé.
- 1) Calculer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.
 - 2) Calculer la dérivée de f .
 - 3) Donner le tableau de variations de f .
 - 4) (a) Ecrire les équations des tangentes à (C) aux points A et B d'abscisses 1 et -1 respectivement.
 - (b) Tracer (C) ainsi que les tangentes aux points A et B .
 - 5) Voici quatre affirmations concernant la fonction f .
 - i. f est une fonction paire ;
 - ii. f est une fonction positive sur \mathbb{R} ;
 - iii. Pour tout nombre réel x , $0 \leq f(x) \leq 3$;
 - iv. f est une fonction impaire.

Recopier sur votre feuille le tableau ci-dessus et le compléter en mettant une croix dans la case correspondante à votre choix selon que l'affirmation est vraie ou fausse.

Affirmation	Vraie	Fausse
i		
ii		
iii		
iv		