Mathématiques

PROBATOIRE Série C Session 2016

<u>EXERCICE 1</u> :

Une urne contient sept jetons portant les numéros : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ;-1 ; et -3. On tire deux jetons successivement avec remise dans cette urne. On désigne par a le numéro porté par le premier jeton et par b, celui porté par le deuxième jeton .A et B sont deux points fixes et distincts d'un plan (P). Déterminer le nombre de couples (a, b) pour lesquels :

1) Les points pondérés $(A\,, a)$ et (B, b) admettent un barycentre .
2) Le vecteur $a\overrightarrow{AM} + b\overrightarrow{BM}$ est constant quelque soit le point M du plan (P) .
3) Les points pondérés (A, a) et (B, b) admettent un barycentre et ce barycentre appartient à $[AB]$.
4) Les points (A, a) et (B, b) admettent un barycentre et ce barycentre est en dehors du segment $[AB]$.

EXERCICE 2 :

I-Soient A, B et C trois points distincts du plan orienté (P) tels que ABC soit un triangle équilatéral direct de centre gravité G. $A', B' et\ C'$ sont trois points de (P) tels que $\overrightarrow{AA'} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA}$; $\overrightarrow{BB'} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{CC'} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$. On désigne par r la rotation de centre G et d'angle $\frac{2\pi}{3}$.

1) a) Déterminer l'image de la demi-droite $[CA)$ par r.
   b) Montrer que $r(A') = B'$.
2) a) Montrer que la $r(B') = C'$.
   b) En déduire que le triangle $A'B'C'$ est équilatéral.

II- On suppose $AB = 3$ et on désigne par (d) la droite perpendiculaire au plan (ABC) passant par A. Soient S un point de (d) tel que $SA = 4$, E et F des points tels que $\overrightarrow{SE} = \frac{16}{25}\overrightarrow{SB}$ et $\overrightarrow{SE} = \frac{16}{25}\overrightarrow{SC}$.

Les droites (AE) et (SB) sont-elles perpendiculaires ? Justifier votre réponse.

<u>PROBLEME</u>

<u>PARTIE A</u>

On s'est intéressé aux variations de la hauteur d'un ruisseau en fonction du temps lors d'une forte pluie. Les résultats de cette enquête sont consignés dans le tableau ci-après :

Temps en heures (X)	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
Hauteur d'eau en mètres (Y)	0,6	1,2	1,9	2,4	2,2	2	1,5

1) a) On donne $(X\,,Y) = \ 0{,}33$. Calculer le coefficient de corrélation linéaire de la série $(X\,;\,Y)$.
   b) Un ajustement linéaire est-il approprié ?

2) Représenter le nuage de points associé à la série (X, Y) dans un repère orthogonal (unités : 1 cm pour 0,5h en abscisses et 1 cm pour O,2 m en ordonnées).

3) Soit f la fonction définie de $[0\,;\,\pi]$ vers ℝ par $f(x)\ = ax^2 + bx$ + c. On désigne par © sa courbe représentatives et on admet que (C) passe par les points $A(0\,;\,0{,}6)\,;\,B(1\,;\,1{,}9)\ et\ C(2{,}5\,;\,2)$.

   a) Déterminer $a, b\ et\ c$ à 10^{-1} près par défaut.

   b) Etudier et représenter f dans le même repère que le nuage de points (prendre $= 3{,}14$).

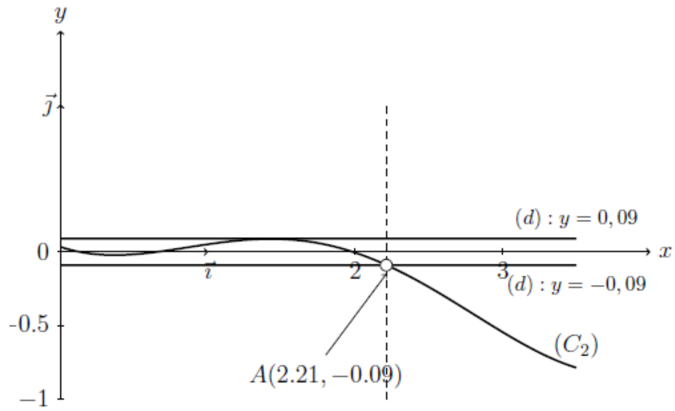
   c) En admettant que f est un ajustement de la série $(X\,;\,Y)$, déterminer la hauteur de l'eau de ce ruisseau 165 minutes après le début de la pluie.

PARTIE B

Soit g la fonction définie de $[0\,;\,\pi]$ vers IR par $(x) = -\cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) - \sin\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) + 1$.

On désigne par (C_1) sa courbe représentative dans le repère orthogonal de la partie A.

1) Montrer que pour tout réel $x \in [0\,;\,\pi]$ vers IR par $g(x) = -\sqrt{2}cos\left(x + \frac{5\pi}{12}\right) + 1$.
2) a) Calculer $g'(x)$ et justifier que $g'(x) > 0 \Leftrightarrow x\ \in\ \left[0\,;\,\frac{7\pi}{12}\right[$.
   b) Dresser le tableau de variation de g.
3) Tracer en traits interrompus courts, la courbe (C_1) dans le même repère que celui du nuage de points.
4) Ci-dessous sont représentés dans un repère orthonormé $\left(O\,;\vec{I}\,;\,\vec{J}\right)$, la courbe (C_2) représentative de la fonction h définie dans $[0\,;\,\pi]$ par $h(x) = g(x) - f(x)$ où f est la fonction de la partie A.
   Déterminer par lecture graphique, les valeurs de x pour lesquelles $f(x)$ est une valeur approchée de $g(x)$ à 9×10^{-2} près.


y
$\vec{j}$
0
-0.5
-1
$\vec{i}$
2
3
x
$(d) : y = 0,09$
$(d) : y = -0,09$
(C_2)
$A(2.21, -0.09)$