Mathématiques

PROBATOIRE Série C Session 2013

Exercice 1

Dans le tableau ci-dessous, pour chacune des questions de la deuxième colonne de gauche, il vous est proposé trois réponses parmi lesquelles une seule est juste ; reproduire sur votre feuille de composition le numéro de la question et celui de la réponse juste correspondante.

N°	Questions	Réponse (a)	Réponse (b)	Réponse (c)
1	Le plan vectoriel est rapporté à une base $(\vec{\imath}, \vec{\jmath})$; f est l'endomorphisme du plan défini pour tout vecteur $\vec{u}(x; y)$ par $f(\vec{u}) = (2x - 2y)\vec{\imath} - (x + y)\vec{\jmath}$; le noyau de f est :	$\{\vec{0}\}$	La droite vectorielle de base $\vec{u} = \vec{\imath} - 2\vec{\jmath}$	La droite vectorielle de base $\vec{w} = \overrightarrow{-\imath} + \vec{\jmath}$
2	Le plan vectoriel est rapporté à une base $(\vec{\imath}, \vec{\jmath})$; la matrice de l'endomorphisme g défini pour tout $\vec{u}(x; y)$ par $g(\vec{u}) = (-x - y)\vec{\imath} + (x - y)\vec{\jmath}$ est :	$\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$
3	L'espace affine est rapporté au repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$. P et P' sont deux plans d'équations cartésienne respectives : $x - 2y + z + 2 = 0$ et $x + y + z + 2 = 0$; les plans P et P' sont :	Parallèles	Perpendiculaires	Confondus
4	A et B sont deux points du plan euclidien ; I est le milieu de $[AB]$; G est barycentre du système $\{(A, 3); (B, -1)\}$. L'ensemble des points M tels que $\|3\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}\| = \|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}\|$ est :	Le cercle de diamètre $[GI]$	$\emptyset$	La médiatrice de $[GI]$
5	Le plan affine euclidien est rapporté au repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$; le cercle (C) d'équation cartésienne : $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 4$, et la	Sécants	Tangents	disjoints

	droite (D) d'équation cartésienne $3x + 4y + 11 = 0$ sont :			

Exercice 2

1. Montrer que pour tout x réel, $\cos x \sin x \cos 2x \cos 4x \cos 8x = \frac{1}{16} \sin 16x$.
2. En déduire que $\cos\frac{\pi}{32} \sin\frac{\pi}{32} \cos\frac{\pi}{16} \cos\frac{\pi}{8} \cos\frac{\pi}{4} = \frac{1}{16}$.
3. On considère la fonction polynôme P définie pour tout x réel par $P(x) = 2x^3 + 5x^2 + x - 2$.

(a) Calculer $P(-1)$; en déduire que $P(x) = (x+1)(ax^2 + bx + c)$ où a, b et c sont des réels que l'on déterminera.

(b) Résoudre alors dans $\mathbb{R}$ l'équation : $2sin^3 2x + 5sin^2 2x + \sin 2x - 2 = 0$.

Problème

Partie A :

On considère la fonction f définie de $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ dans $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{x^2}{2(x-1)}$.

1. Déterminer les limites de f aux bornes de son domaine de définition.
2. Calculer la dérivée et dresser le tableau de variation de f.
3. Montrer que la courbe $(\mathcal{C})$ représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, admet une asymptote oblique et ne asymptote vertical, dont on donnera les équation cartésiennes respectives.
4. Tracer $(\mathcal{C})$ et ses asymptotes.
5. Montrer que le point $K(1; 1)$ est centre de symétrie de$(\mathcal{C})$.
6. m étant un paramètre réel, discuter graphiquement l'existence et le nombre de solutions de l'équation $x^2 + 2mx - 2m = 0$.

Partie B :

On considère la suite numérique (U_n) définie pour tout entier naturel $n > 1$ par la relation $U_{n+1} = \frac{U_n^2}{2(U_n - 1)}$ avec $U_0 = 4$.

1. Calculer U_3, U_4 et U_5.
2. Placer U_2 U_3, U_4, U_5 sur le graphique de la fonction f.
3. En déduire le sens de variation (U_n).