Mathématiques

PROBATOIRE Série C Session 2004

Exercice 1

1. Résoudre dans $\mathbb{R}^3$le système suivant : $\begin{cases} x - y - z = 0 \\ y - 2z = 0 \\ 5x + 4y + 3z = 52000 \end{cases}$
2. On partage une somme de 52 000 Frs CFA entre 5 hommes, 4 femmes et 3 enfants. La part de chaque homme est égale à la somme des parts d'une femme et d'un enfant. La part de chaque femme est le double de celle d'un enfant. Calculer ce que reçoivent un homme, une femme et un enfant.

Exercice 2

On compare les séries statistiques formées par les revenus mensuels disponibles des ménages dans deux régions distinctes (revenu en milliers de francs, nombre de ménages en milliers).

Région 1

Classes de revenus	$[5;8[$	$[8;12[$	$[12;20[$	$[20;30]$
Effectifs	60	100	80	30

Région 2

Classes de revenus	$[5;10[$	$[10;15[$	$[15;22[$	$[22;30]$
Effectifs	50	60	140	20

1. Représenter sur un même graphique, les deux séries statistiques par leurs histogrammes respectifs.
2. Calculer le revenu moyen pour chacune d'elles et le marquer sur le graphique.
3. Calculer l'écart-type de chaque série statistique.

Exercice 3

Une entreprise de fabrication de magnétoscopes a étudié les chiffres de sa production pendant 10 années consécutives numérotées de 1 à 10. P_i désigne la production en milliers d'unités de l'année i. Les rapports $\frac{P_{i+1}-P_i}{P_i}$ sont constants et égaux à 0,1. $1 \leq i \leq 10$.

1. La production P_1 étant de 20 milliers d'unités, calculer P_2 et P_3.
2. (a) Pour tout entier naturel n tel que : $2 \leq n \leq 10$, trouver une relation liant P_n et P_{n-1}.

(b) En déduire une relation simple liant P_n et P_1et la valeur exacte de P_{10}.

(c) Calculer la production totale de l'entreprise au cours des dix premières années.

Problème

Partie A :

On considère dans $[0,2\pi]$les équations :

(E): $\sin x \cos x + cos^2 x = cos^2 x$ et (E'): $sin^2 x + \sin x \cos x = 0$.

1. (a) Montrer que les équations (E) et (E') sont équivalentes dans $[0,2\pi]$.

   (b) Résoudre dans$[0,2\pi]$ l'équation(E).

2. Placer sur le cercle trigonométrique les points images des solutions de cette équation. On prendra 3 cm comme unité de longueur.

Partie B :

1. On considère la fonction numérique d'une variable réelle x définie dans $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ par : $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$. On note $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative dans le plan rapporté au repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

(a) Etudier les variables de la fonction f et dresser son tableau de variation.

(b) Démontrer que le point $O'(1,1)$ est centre de symétrie de $(\mathcal{C}_f)$.

(c) Tracer $(\mathcal{C}_f)$.

2. (a) Résoudre graphiquement le système $-1 < \frac{x+2}{x-1} \leq 3$.

   (b) Retrouve les résultats algébriquement.

Partie C :

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé, on donne le point $A(4; -3; 5)$ et le plan (P) d'équation cartésienne : $3x - 2y + z + 5 = 0$.

1. Montrer que le vecteur $\vec{n}(3; -2; 1)$ est un vecteur normal au plan (P).
2. (D)est la droite passant par A et orthogonale à (P).

(a) Déterminer une représentation paramétrique de (D).

(b) Déterminer les coordonnées du point d'intersection H de la droite (D) et (P).

3. En déduire la distance de A à (P).