

# Mathématiques

## Probatoire série A

Session 2003



### Partie A : (6 points)

1. (a) Résoudre dans  $\mathbb{R}^3$  le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} 5x + 4y + 3z = 5200 \\ x - y - z = 0 \\ y - 2z = 0 \end{cases}$$

- (b) On a réparti une somme de 5200 francs entre cinq hommes, quatre femmes et trois enfants. Chaque homme a reçu autant qu'une femme et un enfant mis ensemble. La part de chaque femme est deux fois la part d'un enfant. Donner la part de chaque homme, chaque femme et chaque enfant.

2. (a) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation (E) :  $\frac{24-x}{x} = \frac{24}{x+2}$ .

- (b) 24 mètres de tissus sont également répartis entre toutes les filles d'une classe de première B. S'il y avait deux filles de plus, chaque part serait réduite d'un mètre. Calculer le nombre de filles de cette classe.

### Partie B : (6 points)

Soit  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$  la suite définie par :

$$U_0 = 1 \text{ et pour tout entier supérieur ou égal à } 1, U_n = \left(\frac{2}{3}\right)^n.$$

- Calculer  $U_1$ ,  $U_2$  et  $U_3$ .
- Montrer que  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est une suite géométrique dont on précisera la raison.
- Calculer la somme  $S_{10} = U_0 + U_1 + \dots + U_9$ .
- Une valeur approchée de  $S_{10}$  à  $10^{-3}$  par défaut est :  
a) 2,90 ; b) 2,947 ; c) 3,013 ; d) 3,25. Recopier la bonne réponse.

### Partie C : (8 points)

L'étude de la vente du piment en poudre sur le marché a permis de tirer les conclusions suivantes :

La fonction de l'offre sur le marché est :  $f(x) = x^2 - 2x + 2$ , la fonction de demande des consommateurs est  $g(x) = -x^2 + 4x + 2$ .

Les quantités  $f(x)$  et  $g(x)$  de piments sont exprimés en fonction du prix  $x$ .  $x$  est exprimé en dizaines de milliers de francs et varie dans l'intervalle  $[1; 4]$ .

$f(x)$  et  $g(x)$  sont exprimés en dizaines de kilogrammes.

### I. Étude des fonctions $f$ et $g$

1. Calculer  $f'(x)$ , étudier son signe sur  $[1; 4]$  et donner le tableau de variation de  $f$ .
2. Calculer  $g'(x)$ , étudier son signe sur  $[1; 4]$  et donner le tableau de variation de  $g$ .

### II. Représentations graphiques

1. Recopier et compléter le tableau suivant :

$x$	1,5	2	2,5	3
$f(x)$				
$g(x)$				

2. Tracer les courbes  $(C_f)$  et  $(C_g)$  représentatives des fonctions  $f$  et  $g$  dans le plan rapporté à un repère orthonormal  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  en prenant 2 centimètres pour unité en abscisse et 1 centimètre pour unité en ordonnée.

### III. Interprétations graphiques

1. Pour quel prix y-a-t-il équilibre entre l'offre et la demande ?  
Quelle est alors la quantité de piment demandée ?
2. À quel prix la consommation est-elle plus forte ?
3. Quelle est la production maximale de cette société ?