UNIVERSITÉ DE YAOUNDE I

École Nationale Supérieure Polytechnique

Concours d'entrée en niveau 3 - Session de septembre 2012

ÉPREUVE DE PHYSIQUE

3 heures - Document et calculatrice interdits

Exercice 1 : Machine à glaçons

Une machine frigorifique fonctionne réversiblement entre une source froide, constituée par une grande masse d'eau sous forme liquide à la température $t_0 = 0^{\circ}C$, et une source chaude constituée par l'air extérieur à la température $t_1 = 20^{\circ}C$. La puissance de la machine est $P = 1KW$.

Données : Chaleur latente massique de fusion de la glace sous la pression atmosphérique $I_{fus} = 334J.g^{-1}$, Capacité thermique de l'eau liquide $C_{eau} = 4,18KJ.kg^{-1}.K^{-1}$.

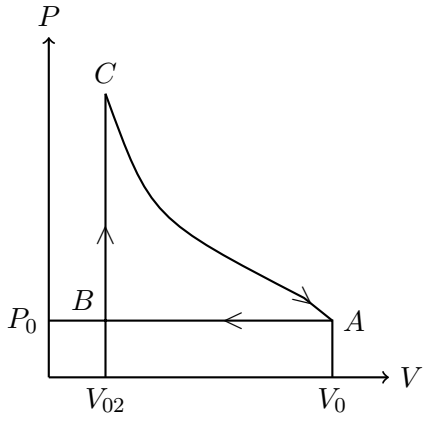
1. Exprimer et calculer le transfert thermique de Qf échangée sur une durée $t = 5$ min par la machine avec la source froide, en supposant que sa température reste égale à $t_0 = +0^{\circ}C$
2. En déduire la masse de glace formée en t=5min par la machine.

Exercice 2 Rendement d'un cycle

Un système constitué par n moles d'un gaz parfait de coefficient ‖=1,4suit le cycle représenté sur le diagramme de Clapeyron ci-dessous.

La pase C vers A est une détente adiabatique réversible. On note T_0 la température dans l'état A

1. Exprimer les températures T_B et T_C en fonction de T_0.
2. Quelle est la nature de cette machine thermique ? exprimer son rendement ‖ en fonction de T_A, T_B et T_C, puis uniquement en fonction de ‖. Le calculer.
3. Calculer le rendement $\|_{\max}$ de la machine de Carnot entre les mêmes sources chaude et froide.



Exercice 3 Ondes électromagnétiques dans les diélectriques

Une onde électromagnétique à polarisation rectiligne se dirige selon l'axe oz. Le champ électrique est noté par où désigne le vecteur unitaire de l'axe Oz ; est dirigé suivant ox : et est complexe.

Un électron dans une molécule est soumis à l'action du champ magnétique et sont équation de mouvement est

$$m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = -m\omega_0^2 - 2m\Gamma\frac{d\vec{r}}{dt} + q\vec{E}$$

1. $\omega_0 = 2\pi(c/\lambda_0)$ avec $\lambda_0 = 0,3 \times 10^{-6}m$, $F/\omega_0 = 3 \times 10^{-6}$. Calculer ω_0 et Γ^{-1}.
   $c = 3,0 \times 10^8 m.s^{-1}$, $q = -1,6 \times 10^{-19}C$, $m = 0,91 \times 10^{-30}kg$.
2. L'électron restant lié dans la molécule de rayon a, on néglige au niveau de la molécule, la dépendance spatiale en $e^{i\vec{k}\vec{r}}$ du champ. Justifier cette approximation.
3. Trouver en régime stationnaire l'amplitude complexe $\vec{r}_0 = r_0\vec{e}_x$ du mouvement de l'électron, ainsi que sa vitesse $\vec{v}_0 = v_0\vec{e}_x$.
4. Pour quelle valeur de ω le module de v_0 est-il maximal ?
5. S'il y a z électron, le moment dipolaire électrique complexe est $\vec{p} = zq\vec{r} = \alpha\vec{E}$. En déduire, s'il y a N molécules par unité de volume, la constante diélectrique $\varepsilon_r = \dfrac{\varepsilon(\omega)}{\varepsilon_0}$. On néglige toute interaction dipolaires entre molécules.
6. On pose '$\varepsilon_r = \varepsilon'(\omega) + i\varepsilon''(\omega)$: on a $\varepsilon' - 1$ et ε'' très inférieurs à l'unité. On considère l'intervalle défini par $\dfrac{\omega - \omega_0}{\omega_0} \in [-10^{-5}; 10^5]$.
   (a) Montrer que l'expression de $\varepsilon''(\omega)$ se simplifie en $\varepsilon''(\omega) = \Omega_p^2\dfrac{\Gamma}{2\omega_0}\dfrac{1}{(\omega - \omega_)^2 + \Gamma^2}$.
   (b) Trouver Ω_p^2.

Exercice 4

Un cerceau homogène de masse M et de rayon a est fait de cuivre. Sa résistance électrique est R et son induction est négligeable. Il est suspendu à un fil isolant OO_1 qui n'oppose aucune résistance à la torsion. Le cerceau se trouve dans un champ magnétique $\vec{B}$ horizontale et uniforme. Soit θ l'angle que fait la normale du plan du cerceau avec $\vec{B}$. À l'instant $t = 0$, $\theta = 0$ et le cerceau est mis en mouvement de rotation autour de OO_1 avec une vitesse angulaire initiale $\dot{\alpha}_0$.

1. Écrire l'équation différentielle du mouvement du cerceau.
2. Montrer que le cerceau s'arrête après avoir tourné d'un angle α_f tel que

$$\dot{\alpha}_0 = \frac{(B\pi\alpha)^2}{2MR}(2\alpha_f - \sin 2\alpha_f)$$

3. Déterminer l'énergie total dissipée par effet Joule dans le cerceau et justifier le résultat.

Exercice 5

Une sphère (S) de rayon a et de centre C en contact avec le plan de repère (O, $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$) Au cours de son mouvement. Il effectue des rotations autour du centre C. On considère les références $\mathrm{R}\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath},\ \vec{k}\right)$ fixe. $R_C(C,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ barycentrique et $R_1(C,\vec{\imath}_1,\vec{\jmath}_1,\vec{k}_1)$ lié à la sphère.

1. Paramétrer le mouvement.
2. Soit A le point de contact de la sphère avec le plan. Déterminer la vitesse du point A par rapport au référentiel R.
3. Soit B un point de la sphère tel que $\overrightarrow{CB} = a\vec{k}_1$. Déterminer la vitesse de B par rapport à R.
4. On suppose que la sphère roule sans glisser.
   (a) Écrire le non glissement.
   (b) Que deviennent les réponses des question 2°) et 3°) ?

Exercice 6

1. Une particule est soumise à l'action d'un potentiel de la forme $U(x) = -Ax^4$.
   (a) Donner l'équation de mouvement de la particule.
   (b) En supposant que l'énergie de la particule est nulle, montrer que la loi horaire du mouvement est donnée par l'expression $x(t) = \dfrac{x_0}{1 \pm t x_0 \sqrt{2A/m}}$ où $x_0 = x(0)$
2. Trouver la pulsation des petites oscillations des particules dans le champs $U(x) = V\cos\alpha x - Fx$.
3. Déterminer l'énergie E acquise par un oscillateur sous l'action de la force $F(t) = Fe^{(-t/r)^2}$ durant le temps de son action, si pour $t = -\infty$ l'oscillateur était au repos.
4. Déterminer la fonction de Hamilton d'un acsillateur anharmonique dont la fonction de lagrange est $L = \dfrac{x^2}{2} - \dfrac{\omega^2 x^2}{2} - \alpha x^3 - \beta x\dot{x}^2$.

CORRIGÉE ÉPREUVE MATHÉMATIQUES session 2012

Exercice 1 : Machine à glaçons

nmoles ed gaz parfait I=1,4

CAI détente adiabatique $T_A = T_0$