

Epreuve d'informatique septembre 2007

EXERCICE1

On considère des pièces d'échec positionnées sur un échiquier de 16x16 cases. Chaque pièce est caractérisée par :

- Sa nature (pion, tour, cavalier, fou, roi, reine)
- Sa ligne $\in [0-15]$
- Sa colonne $\in [0-15]$

1-Donner le nombre de bits nécessaires pour représenter chaque caractéristique d'une pièce.

2-On notera une pièce de la manière suivante <nature, couleur, ligne, colonne >.

a) Donner le nombre de bits nécessaires pour représenter une pièce.

b) Donner la représentation de la pièce < tour, blanche, 2, 5> (Préciser la position de chaque champs dans la chaîne de bits résultante).

3- On appelle PRISE (XY) l'opération qui consiste pour la pièce X à la position de Y.

a) Que vaut PRISE (< tour, blanche, 2,5 >, < pion, noir, 3,4 >).

b) Ecrire une fonction en c qui réalise la fonction PRISE (utiliser les opérateurs de chaîne de bits)

PROBLEME

NOTE : On attachera une grande importance à la clarté, à la précision, à la concision de rédaction. On écrira les programmes en langage C.

La Société Météorologique Nationale (SMN) désire évaluer l'impact des changements climatiques sur le territoire. Pour cela elle procède à des relevés dans n stations météorologiques. Chaque station porte un numéro i ($0 \leq i < n$) et la valeur relevée au cour de la période est t_i . Les valeurs $t_i > 0$ sont rangées dans un tableau T de n éléments.

Question préliminaire.

Si le problème revient à trouver les k plus grandes valeurs, expliquer littéralement (en français) les étapes nécessaires pour obtenir le résultat.

Partie I

Question1

Ecrire la fonction qui donne comme résultat la plus grande valeur relevée.

Question2

Pour trouver les k stations ayant les valeurs les plus élevées, une bonne approximation du seuil à dépasser consiste à calculer le barycentre entre le minimum m et le maximum M des t_i ($i \in [0 \dots n]$) avec les poids respectifs (n- k) et k.

Ecrire la fonction qui retourne le barycentre.

Question3

Donner un exemple de tableau de relevées de taille 10 dont plus de 6 valeurs sont supérieures au barycentre.

Partie II

On traite le cas général en supposant que tous les t_i sont éventuellement distincts.

Question4

Ecrire la fonction qui retourne la k -ième plus grande valeur (on travaillera dans le tableau T pour des raisons d'efficacité de l'algorithme)

Question5

Après avoir dégagé les opérations dominantes, donner la complexité de la fonction précédente.

Partie III

Le nombre de stations étant grand, on cherche à optimiser le calcul des k plus grandes valeurs, en faisant toujours l'hypothèse que tous les t_i sont distincts.

Question6

On procède comme suit : on choisit une station ; soit $v = t_i$; on essaie de la valeur de cette station à sa position /en réordonnant le tableau de telle manière que t_j est supérieur à t_i pour j supérieur à i ; si $k = i$ on a terminé, sinon on recommence à chercher le k -ième à gauche ou à droite et i selon le cas. Comment appelle t-on cette opération ?

Question7

Soient g et d deux entiers tels que $0 \leq g < d < n$, soit $v = t_g$. Ecrire une fonction qui réordonne le tableau T entre les indices g et d et retourne la position i de v . A la fin la de l'opération $t_j > v$ pour $g \leq j < i$ et $t_j < v$ pour $i < j < d$.

Question8

Ecrire une fonction qui donne la k -ième plus grande valeur en se servant de la fonction de la question précédente.

Question9

Donner la complexité dans le meilleur des cas (on supposera que le résultat retourné à chaque appel de la fonction (question7) est toujours proche de la moitié de la portion à traiter).

Cette fonction est-elle toujours plus efficace que celle de la partie 2 ? Indication : calculer la complexité dans le pire des cas.

PARTIE IV

Question 10

Adapter les algorithmes de la partie III pour trier un vecteur de taille n . Donner la complexité dans le meilleur des cas et le pire des cas.