

EXERCICE 1

PARTIE A

On néglige toutes les actions dues à l'air ainsi que le poids de la balle.

1. $\alpha = 30^\circ$; $m = 16 \text{ g}$; $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

1.1. Enoncé de la deuxième loi de Newton (Théorème du centre d'inertie) :

Tout système de masse M soumis à des forces extérieures acquiert sous l'action de ces forces une accélération \vec{a}_G qui est celle de son centre d'inertie G et telle que : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G$

Application à la balle :

Bilan de forces extérieures : \vec{F} : force exercée par la crosse sur la balle

Nous obtenons par application du TCI : $\vec{F} = m\vec{a}_G$

1.2. Nature du mouvement de la balle

Le mouvement du solide est uniformément accéléré, d'accélération $a_G = \frac{F}{m}$.

2. $\Delta t = 0,11 \text{ s}$; $V_A = 0$; $V_B = 14 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

2.1. Expression du vecteur accélération en fonction du vecteur vitesse.

$$\vec{a}_G = \frac{d\vec{V}_G}{dt} \Leftrightarrow \|\vec{a}_G\| = \frac{\Delta V_G}{\Delta t} = \frac{14-0}{0,11} = 127,27 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

3. Intensité de la force exercée sur la balle par la crosse.

$$F = ma_G = 160 \times 10^{-3} \times 127,27 = 20,36 \text{ N}$$

Justifions l'hypothèse selon laquelle on peut négliger le poids.

$$P = mg = 160 \times 10^{-3} \times 9,8 = 1,57 \text{ N}; \frac{P}{F} = \frac{1,57}{20,36} = 0,077 \ll 1$$

D'où l'hypothèse est justifiée.

PARTIE B : Deuxième phase : mouvement libre de la balle.

1. Trajectoire de la balle

1.1. Coordonnée du vecteur vitesse \vec{V}_B : $\vec{V}_B \begin{cases} V_{Bx} = V_B \cos \alpha \\ V_{By} = V_B \sin \alpha \end{cases}$

1.2. Coordonnée de \vec{OB} : $\vec{OB} \begin{cases} x_B = 0 \\ z_B = h = 0,40 \end{cases}$

1.3. Equation horaire de \vec{a}_G et de \vec{V}_G

$$\vec{a}_G \begin{cases} a_x = 0 \\ a_z = -g \end{cases} \quad \text{et} \quad \vec{V} \begin{cases} V_x = V_B \cos \alpha = 0 \\ V_z = -gt + V_B \sin \alpha \end{cases}$$

Montrons que $V_s = 12 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Au sommet de la trajectoire $V_0 = 0$ et $V_s = V_x = V_B \cos \alpha$

$$\text{AN: } V_s = 14 \cos 30^\circ = 12,12 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

1.4. Coordonnées du vecteur position OG du centre de la balle

$$\vec{OG} \begin{cases} x(t) = (V_B \cos \alpha)t \\ z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + (V_B \sin \alpha)t + h \end{cases}$$

1.5 Equation de la trajectoire de la balle

$$x(t) = (V_B \cos \alpha)t \Leftrightarrow t = \frac{x}{V_B \cos \alpha}; \text{ en remplaçant } t \text{ dans l'expression de } z(t), \text{ on obtient : } z = -\frac{g}{2V_B^2 \cos^2 \alpha} x^2 + (V_B \tan \alpha)x + h \Leftrightarrow z = -0,033 x^2 + 0,58x + 0,4$$

2. Condition sur x et z pour que le but soit marqué

Il faut que $x = 15 \text{ m}$ et $z < 2,14$

$$\text{Dans l'équation de la trajectoire, pour } x = 15; z = -0,033 \times (15)^2 + 0,58 \times (15) + 0,4 = 1,675 \text{ m} < 2,14$$

La condition est satisfaite.

PARTIE C : Etude énergétique : $OB = h = 0,40 \text{ m}$; $V_B = 14 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et $V_s = 12 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $Az = 0$, $E_p = 0$

1. Expression littérale de l'énergie potentielle de pesanteur et de l'énergie mécanique.

$$E_p = m \cdot g \cdot z \quad \text{et} \quad E_M = \frac{1}{2} m v^2 + m g z$$

2. Energie mécanique de la balle au point B

$$E_M(B) = \frac{1}{2} m v_B^2 + m g z \quad \text{AN:} \quad E_M(B) = \frac{1}{2} \times 160 \times 10^{-3} \times 14^2 + 160 \times 10^{-3} \times 9,8 \times 0,4$$

$$E_M(B) = 16,31 \text{ J}$$

3. Toutes les actions de l'air sont négligées

3.1. L'énergie mécanique de la balle au cours du mouvement est constante.

3.2. Altitude Z_{max} que pouvait atteindre la balle dans ces conditions au point S

$$E_M(S) = E_M(B) = 16,31 \text{ J}; \quad E_M(S) = \frac{1}{2} m v_S^2 + m g z_{max} \Leftrightarrow z_{max} = \frac{E_M(S) - \frac{1}{2} m v_S^2}{m g}$$

AN:

$$z_{max} = \frac{16,31 - \frac{1}{2} \times 160 \times 10^{-3} \times 12^2}{160 \times 10^{-3} \times 9,8} = 3,055 \text{ m}$$

EXERCICE II

1. Etude des oscillogrammes

1.1. La courbe A représente l'allure de la tension u aux bornes du générateur (dipôle AM) et la courbe B, l'allure de la tension u_r aux bornes de la résistance (dipôle BM). Cette dernière courbe traduit aussi l'allure de l'intensité dans le circuit à un facteur r près (car $u_r = r i$).

- Période et fréquence de i et u :

$$T = 6 \text{ div} \times 2 \text{ ms/div} = 12 \text{ ms}; \quad f = \frac{1}{T} = \frac{1}{12 \times 10^{-3}} = 83,33 \text{ Hz}$$

- 1.2. Valeur max et efficace de i et u

$$U_m = 3 \text{ div} \times \frac{2V}{\text{div}} = 6V; \quad U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = 4,24 \text{ V}$$

$$U_{r,m} = 2 \text{ div} \times 0,1 \text{ V/div} = 0,2 \text{ V}; \quad i_m = 0,2 \text{ A}; \quad i = \frac{i_m}{\sqrt{2}} = 0,141 \text{ A}$$

- 1.3. Déphasage θ par rapport à i

$$\Delta \varphi_{u/i} = \frac{2\pi\theta}{T}, \quad \text{Où } \theta \text{ est le décalage horaire entre } i \text{ et } u; \quad \theta = 2 \text{ ms} = \frac{T}{6}$$

$$\Rightarrow \Delta \varphi_{u/i} = \frac{2\pi}{T} \times \frac{T}{6} = \frac{\pi}{3}$$

L'intensité est en retard sur la tension, le dipôle est inductif.

- 1.4. Expression de $u(t)$ et de $i(t)$

$$u(t) = 6 \sin(\omega t) \quad \text{et} \quad i(t) = 0,2 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right); \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{12 \times 10^{-3}} = 523,6 \text{ rad.s}^{-1}$$

- 1.5. Impédance du dipôle.

$$Z = \frac{U_m}{I_m} = \frac{6}{0,2} = 30 \Omega$$

- 1.6. Calcul de l'inductance L .

$$Z = \sqrt{(R+r)^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} \Leftrightarrow L = \frac{1}{\omega} \left[\sqrt{Z^2 - (R+r)^2} + \frac{1}{C\omega} \right]$$

$$\text{AN: } L = \frac{1}{523,6} \left[\sqrt{30^2 - (4+1)^2} + \frac{1}{10 \times 10^{-6} \times 523,6} \right] = 0,421 \text{ H}$$

2. Mise en résonance du circuit. $L=1 \text{ H}$

- 2.1. Valeur à donnée à la fréquence

$$\text{A la résonance; } LC\omega_0^2 = 1; \Leftrightarrow f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{1 \times 10 \times 10^{-6}}} = 50,33 \text{ Hz}$$

- 2.2. Intensité efficace dans le circuit

$$I = \frac{U}{Z}; \quad Z = R = 5 \text{ (à la résonance)}. \text{ AN: } I = \frac{4,24}{5} = 0,85 \text{ A}$$

- 2.3. Tension efficace aux bornes du condensateur.

$$U_C = Z_C I = \frac{I}{C\omega} \quad \text{AN: } U_C = \frac{0,85}{10 \times 10^{-6} \times 523,6} = 268,80 \text{ V}$$

EXERCICE 3

A)

1. Expression de la période des oscillations de faible amplitude de ce pendule par rapport en un axe

$$(\Delta_1) \text{ distant de } a_1 \text{ de } G : T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{J_{S1}}{mga_1}}$$

2. Montrons que $a_1 \times a_2 = \frac{J_G}{m}$

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{J_{S1}}{mga_1}} ; T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{J_{S2}}{mga_2}}$$

$$T_1 = T_2 \Leftrightarrow \frac{J_{S1}}{a_1} = \frac{J_{S2}}{a_2} \text{ or } J_{S1} = ma_1^2 + J_G \text{ et } J_{S2} = ma_2^2 + J_2$$

$$\Rightarrow \frac{ma_1^2 + J_G}{a_1} = \frac{ma_2^2 + J_2}{a_2} \Leftrightarrow a_2(ma_1^2 + J_G) = a_1(ma_2^2 + J_G)$$

$$\Leftrightarrow ma_1 a_2 (a_1 - a_2) = J_G (a_1 - a_2) \Leftrightarrow a_1 \times a_2 = \frac{J_G}{m}$$

3. Montrons que la longueur du pendule simple synchrone à ce pendule pesant est $l = a_1 + a_2$.

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{J_{S1}}{mga_1}} = 2\pi \sqrt{\frac{g}{l}} \Leftrightarrow l = \frac{J_{S1}}{ma_1} = \frac{ma_1^2 + J_G}{ma_1} = a_1 + \frac{J_G}{ma_1}$$

$$\text{or } J_G = ma_1 a_2 \Rightarrow l = a_1 + a_2$$

B) $a + \omega^2 x = 0 ; x = X_0 \cos \omega t + \frac{V_0}{\omega} \sin \omega t$

1. X_0 et V_0 sont respectivement la position et la vitesse de l'oscillateur à l'origine.

2. Expression de $v(t)$

$$v(t) = \frac{dx}{dt} ; v(t) = -X_0 \omega \sin \omega t + V_0 \cos \omega t$$

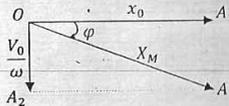
3. Montrons que $x(t) = X_m \cos(\omega t + \varphi)$

$$x = X_0 \cos \omega t + \frac{V_0}{\omega} \sin \omega t = X_0 \cos \omega t + \frac{V_0}{\omega} \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right)$$

$$\text{Posons } x_1 = X_0 \cos \omega t \text{ et } x_2 = \frac{V_0}{\omega} \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) ; x = x_1 + x_2$$

x est la somme des grandeurs sinusoidales x_1 et x_2 . Et Par conséquent peut se mettre sous la forme $x(t) = X_m \cos(\omega t + \varphi)$.

Déterminons X_m , $\cos \varphi$, $\sin \varphi$ et $\tan \varphi$ à l'aide de la construction de Fresnel.



$$X_m = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{V_0}{\omega}\right)^2} ; \cos \varphi = \frac{x_0}{\sqrt{x_0^2 + \left(\frac{V_0}{\omega}\right)^2}} ; \sin \varphi = \frac{\frac{V_0}{\omega}}{\sqrt{x_0^2 + \left(\frac{V_0}{\omega}\right)^2}} ; \tan \varphi = \frac{x_0 \omega}{V_0}$$