CORRECTION PHYSIQUES 2011

EXERCICE 1

PARTIE 1

1. La 2nd loi de Newton s'écrit : $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a} \Leftrightarrow m\vec{g} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{g}$

$$\Rightarrow \quad \vec{a}\begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix} ; \vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} \Leftrightarrow \vec{V}\begin{pmatrix} V_0 \cos\alpha \\ -gt + V_0 \sin\alpha \end{pmatrix} ; \quad \vec{V} = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt} \Leftrightarrow \overrightarrow{OG}\begin{pmatrix} (V_0 \cos\alpha)t \\ -\frac{1}{2}gt^2 + (V_0 \sin\alpha)t + h \end{pmatrix}$$

2. Equation de la trajectoire :

$x = (V_0 \cos\alpha)t$ et $y = -\frac{1}{2}gt^2 + (V_0 \sin\alpha)t + h \quad \Rightarrow t = \frac{x}{V_0 \cos\alpha}$. En remplaçant t par sa valeur dans y on a : $y = -\frac{g}{2{V_0}^2 \cos^2\alpha}x^2 + (\tan\alpha)x + h$

3. Valeur de V_0 au sommet, $x = x_s = 1m$

Le sommet est atteint lorsque $\frac{dy}{dx} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\frac{g}{{V_0}^2 \cos^2\alpha}x_S + \tan\alpha = 0$

$$\Rightarrow \quad {V_0}^2 \cos^2\alpha = \frac{gx_s}{\tan\alpha} \quad \Leftrightarrow \quad V_0 = \sqrt{\frac{2gx_S}{\sin 2\alpha}} = \sqrt{\frac{2\times 9{,}8\times 1}{\sin 80}} = 4{,}46\ m.s^{-1}$$

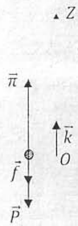
PARTIE 2

1. Inventaire des forces :

Les forces qui agissent sur la balle sont :

- La poussée d'Archimède ($\vec{\pi}$)
- Le poids de la bulle ($\vec{P}$)
- La force de frottement ($\vec{f}$)

2. Représentation des forces



3. Expression des forces :

$\vec{f} = -6\pi\eta r\vec{V} \qquad \vec{P} = m\vec{g} \qquad \vec{\pi} = \frac{4\pi g\rho_{eau}r^3}{3}\vec{k}$

4. Equation différentielle traduisant l'évolution de la vitesse :

D'après la seconde loi de Newton, $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{f} + \vec{P} + \vec{\pi} = m\vec{a}$

$\Rightarrow \ -6\pi\eta r\vec{V} + \frac{4}{3}\pi\rho_{eau}gr^3\vec{k} + m\vec{g} = m\vec{a}$

En projetant cette équation sur (Oz), on a : $-6\pi\eta rV + \frac{4}{3}\pi\rho_{eau}gr^3 - mg = ma$

Or $\quad a = \frac{dV}{dt} \ \Rightarrow \ m\frac{dV}{dt} + 6\pi\eta rV - \frac{4}{3}\pi\rho_{eau}gr^3 + mg = 0$

5. Par la suite, avec $m = \frac{4}{3}\pi r^3\rho_{air}$ on obtient : $\frac{dV}{dt} = -\frac{9\eta V}{2\rho_{air}r^2} + \frac{\rho_{eau}g}{\rho_{air}} - g$

D'où finalement $\frac{dV}{dt} = g\left(\frac{\rho_{eau}}{\rho_{air}} - 1\right) - \frac{9\eta V}{2\rho_{air}r^2}$

6. Expression de la vitesse limite

La vitesse limite est atteinte pour $\quad \frac{dV}{dt} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad g\left(\frac{\rho_{eau}}{\rho_{air}} - 1\right) - \frac{9\eta V}{\rho_{air}r^2} = 0$

$\Rightarrow v_{lim} = g\left(\frac{\rho_{eau}}{\rho_{air}} - 1\right)\frac{2\rho_{air}r^2}{9\eta}$

7. Pour $V = 0{,}25\ m.s^{-1}$, on a $\quad r = \sqrt{\frac{9\eta V_{lim}}{2g\left(\frac{\rho_{eau}}{\rho_{air}} - 1\right)\rho_{air}}}$

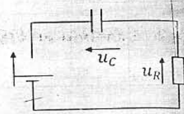
AN : $r = \sqrt{\frac{9\times 10^{-3}\times 0{,}25}{2\times 9{,}8\left(\frac{10^3}{1{,}3} - 1\right)\times 1{,}3}} = 3{,}39036\times 10^{-4}\ m$

Nous obtenons bel et bien pour $V_{lim} = 0{,}25\ m.s^{-1}, \qquad r = 3{,}4\times 10^{-4}\ m$

EXERCICE 2

1. Equation différentielle vérifiée par Uc aux bornes du condensateur

   A la fermeture de l'interrupteur K1, on a le circuit suivant :



   En appliquant la 2nd loi de Kirchhoff, on a $E = U_C + U_R$

   $U_R = R\,i(t)$ et $i(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{d(CU_C)}{dt} = C\frac{du_C}{dt}$

   D'où finalement : $RC\frac{dq}{dt} + u_C = E$

2. L'équation homogène est : $RC\frac{dq}{dt} + u_C = 0$

   ⇒ La solution homogène est : $u_h = ke^{-\frac{1}{RC}t}$ et une solution particulière est : $u_P = E$

   D'où la solution générale : $u_C = u_h + u_P = ke^{-\frac{1}{RC}t} + E$

   Conditions initiales : à $t = 0, q = 0$ donc $u_C = 0 \Rightarrow k = E$

   La solution générale devient : $u_C = E\left(1 - e^{-\frac{1}{RC}t}\right)$. Cette solution est bel et bien de la forme : $u_C = A(1 - e^{-\alpha t})$. On en déduit que $= E$ et $\alpha = \frac{1}{RC}$.

3. Valeur de E à partir de la courbe 1

   E est la valeur pour laquelle u_C devient constante

   $\lim_{t \to +\infty} u_C = E$, Soit d'après la courbe, $E = 6\,V$

4. Expression de la constante de temps du circuit

   On a : $\tau = RC$. L'équation de la tangente passant par 0 avec la formule $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$, s'écrit $u_C = \frac{E}{RC}t$.

   Cette droite passe par $B(2{,}5\,;2)$ soit $2 = \frac{E}{RC} \times 2{,}5 \Leftrightarrow RC = \frac{E}{2} \times 2{,}5 = \frac{6}{2} \times 2{,}5 = 7{,}5\,s$

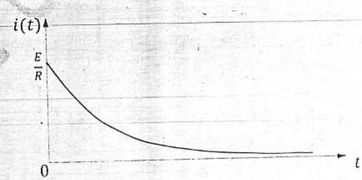
   D'où $\tau = 7{,}5\,s$. C'est le temps au bout duquel le condensateur à stocker une énergie correspondant à environs 63% de sa capacité énergétique maximale.

5. Valeur de C

   $\tau = RC = 7{,}5 \quad \Leftrightarrow C = \frac{7{,}5}{R} = \frac{7{,}5}{100} = 0{,}075\,F$

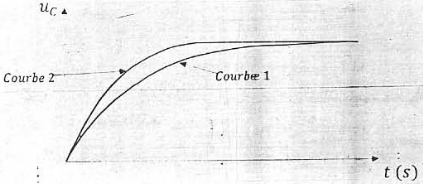
6.
   a. Expression de l'intensité du courant. $i(t) = \frac{dq}{dt} = C\frac{du_C}{dt} = \frac{E}{R}e^{-\frac{1}{RC}t}$

   b. Allure de la courbe représentative de $i(t)$:



c. $A\ t = 0 ; i = I_0 = \frac{E}{R} = \frac{6}{100} = 0{,}06\,A$; à $t \to +\infty$, $i = 0$

En remplaçant R par $R' = 50\Omega$, On obtient la courbe 2 plus proche de l'axe des ordonnées.



EXERCICE 3

1. Relation entre la constante radioactive λ et le temps de demi-vie T.
   $T = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0.693}{\lambda} \quad \Leftrightarrow \quad \lambda = \frac{0.693}{T}$
   Pour la désintégration du carbone 14, on a :
   $\lambda = \frac{0.693}{5570\times365\times24\times3600} = 3{,}945 \times 10^{-12}\,s^{-1}$

2. Le nombre d'atome de carbone 14 évolue selon la loi de décroissance radioactive
   $N = N_0 e^{-\lambda t}$.
   L'activité (nombre de désintégration par seconde) radioactive est donc $A = -\frac{dN}{dt} = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$ avec
   $N_0 = 6{,}8 \times 10^{10}$ *atomes* au moment de la mort de l'organisme, on a :
   A $t = 0$ $A = A_0 = \lambda N_0 = 3{,}945 \times 10^{-12} \times 6{,}8 \times 10^{10} = 0{,}26826\,Bq$

3. Pour expliquer le fait que la teneur moyenne en carbone 14 des organismes vivants reste constante, il faut dire que les organismes vivants absorbent les 2 isotopes du carbone, carbone 12 et carbone 14 dans les mêmes proportions tant qu'ils restent en vie. Après la mort, la quantité de carbone 14 diminue à cause de sa radioactivité suivant la loi de décroissance radioactive $N = N_0 e^{-\lambda t}$.

4. Nombre de carbone 14 subsistant dans l'échantillon
   $A = 10\,désintégrations/minute = 0{,}1667\,Bq$ et on a :
   $A = -\frac{dN}{dt} = \lambda N$ Donc $N = \frac{A}{\lambda} = \frac{0.1667}{3.945\times10^{-12}} = 4{,}225 \times 10^{10}\,atomes$
   Le nombre d'atomes subsistant est lié au temps de désintégration par la formule
   $N = N_0 e^{-\lambda t}$ soit $t = \frac{1}{\lambda}\ln\frac{N_0}{N}$
   AN : $t = \frac{1}{3{,}945\times10^{-12}}\ln\frac{6{,}8\times10^{10}}{4{,}225\times10^{10}} = 1{,}206 \times 10^{11} s = 3825{,}29\,ans$. On peut donc estimer l'âge de l'échantillon à 3825 *ans*