EPREUVE DE MATHÉMATIQUES BACC CDE (GCE AL) 2014

Exercice 1

La distance entre les villes de Douala et Edéa est de 60km. Deux trains partent au même instant, l'un de Douala vers Edéa et l'autre d'Edéa vers Douala. Après avoir parcouru 20km, le train roulant de Douala vers Edéa fait un arrêt de 30min, puis poursuit son trajet et rencontre 4min après le train roulant d'Edéa vers Douala. Les deux trains arrivent à destination au même instant.

Déterminer la vitesse de chaque train.

Exercice 2

Un étudiant se rend au campus de Logbessou. S'il est à l'heure, il prend le bus de ramassage gratuit mis à disposition par l'Université, s'il est en retard il prend le bus de la ville et il lui en coûte 250Frs. Si l'étudiant est à l'heure un jour donné, la probabilité qu'il soit en retard le lendemain est $\frac{1}{5}$; s'il est en retard un jour donné, la probabilité qu'il soit en retard le lendemain est $\frac{1}{20}$.

Pour tout entier naturel non nul n , on appelle R_n l'événement : « l'étudiant est en retard le jour n ». on note P_n la probabilité de R_n et q_n celle de $\overline{R_n}$. on suppose que $P_1 = 0$

1. Détermination d'une relation de récurrence
 - a. Déterminer les probabilités conditionnelles $P_{R_n}(R_{n+1})$ et $P_{\overline{R_n}}(R_{n+1})$
 - b. Déterminer $P(R_{n+1} \cap R_n)$ en fonction de P_n et $P(R_{n+1} \cap \overline{R_n})$ en fonction de q_n .
 - c. Exprimer P_{n+1} en fonction de P_n et q_n .
 - d. En déduire que $P_{n+1} = \frac{1}{5} - \frac{3}{20} P_n$
2. On étudie la suite (P_n) . Pour tout entier naturel non nul n , on pose $v_n = P_n - \frac{4}{23}$.
 - a. Démontrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $-\frac{3}{20}$
 - b. Exprimer v_n puis P_n en fonction de n .
 - c. Justifier que la suite (P_n) est convergente et calculer sa limite.

Exercice 3

Le plan complexe est rapporté au repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$. L'unité graphique est 4 cm. On considère les points A, B, C et D d'affixes respectives a, b, c et d telles que :

$$a = 1 ; b = e^{i\frac{\pi}{3}} ; c = \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i ; d = \frac{\sqrt{3}}{2}e^{-i\frac{\pi}{6}}$$

1.
 - a. Donner la forme exponentielle de c et la forme algébrique de d .
 - b. Représenter les points A, B, C et D .
 - c. Montrer que le quadrilatère $OACB$ est un losange.
2. Montrer que les points D, A, C sont alignés.
3. Déterminer l'angle θ et le rapport k de la similitude directe s de centre O qui transforme A en C .
4. On note F et G les images par la similitude directe s des points D et C respectivement. Montrer que les points F, C et G sont alignés.
5. Déterminer l'affixe f du point F .
6. On considère la transformation φ qui à tout point M , d'affixe z , associe le point M' d'affixe z' telle que : $z' = e^{-i\frac{2\pi}{3}}z + \frac{3}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$;
 Pour toute droite δ du plan, on notera σ_δ la symétrie orthogonale d'axe δ .
 - a. Soit r la transformation qui à tout point M_1 d'affixe z associe le point M'_1 d'affixe z'_1 telle que : $z'_1 = e^{-i\frac{2\pi}{3}}z_1 + \frac{3}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$. déterminer la nature de r et donner ses éléments caractéristiques.
 - b. En utilisant les nombres complexes, donner une mesure de l'angle $(\overrightarrow{AO}, \overrightarrow{AB})$, puis déterminer la droite Δ telle que $r = \sigma_\Delta \circ \sigma_{(AO)}$.
 - c. Montre que $\varphi = r \circ \sigma_{(AO)}$. En déduire la nature de φ .

Exercice 4

Soit à résoudre l'équation (E) : $\cos x = x^2$. Considérons la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^2 - \cos x$$

1. Etudier la parité de la fonction f .
2. Montrer que pour tout réel $x > \pi$, $f(x) > 0$
3. Calculer pour tout réel x , $f'(x)$ et $f''(x)$ où $f''(x)$ désigne la dérivée seconde.
4. Déterminer le sens de variation de la fonction f' sur l'intervalle $[0, \pi]$
5. Calculer $f'(0)$ et en déduire le signe de $f'(x)$ sur $[0, \pi]$
6. En déduire le sens de variation de f sur $[0, \pi]$
7. Montrer que l'équation (E) admet une unique solution α sur $[0, \pi]$
8. Donner une valeur approchée de α à 10^{-2} près
9. En déduire toutes les solutions de (E) sur $\mathbb{R}$