

REPUBLIQUE DU CAMEROUN  
*Paix - Travail - Patrie*  
 MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT  
 SUPERIEUR  
 UNIVERSITE DE DOUALA  
 FACULTE DE GENIE INDUSTRIEL

REPUBLIC OF CAMEROON  
*Peace - Work - Fatherland*  
 MINISTRY OF HIGHER  
 EDUCATION  
 UNIVERSITY OF DOUALA  
 INDUSTRIAL ENGINEERING FACULTY

CONCOURS D'ENTREE EN 3<sup>ème</sup> ANNEE FGI : PHYSIQUES, GE ET TELECOMS

CORRECTIONS PHYSIQUES 2009/2010

**EXERCICE 1**

1) a) Justifions le fait que la décomposition en série de Fourier de  $s(t)$  s'exprime de la façon suivante :  $s(t) = \sum_{n=1}^{+\infty} b_n \sin(n\Omega t)$  ;  $n=1, 2, \dots, +\infty$   
 $s(t)$  est un signal périodique de valeur moyenne nulle et impaire donc son développement en série de Fourier ne contient que des termes en sinus.  $A_n = 0$

Soit :  $s(t) = \sum_{n=1}^{+\infty} b_n \sin(n\Omega t)$

b) Montrons que le coefficient  $b_n$ , du terme de rang  $n$ , est donné par

$$b_n = \frac{2A}{n\pi} (-1)^{n+1}$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} s(t) \sin(n\Omega t) dt$$

$$b_n = \frac{4}{T} \int_0^{T/2} s(t) \sin(n\Omega t) dt \quad \text{Pour } 0 \leq t \leq \frac{T}{2} \text{ nous avons } s(t) = \frac{2A}{T} t$$

$$b_n = \frac{8A}{T^2} \int_0^{\frac{\pi}{2\Omega}} t \sin(n\Omega t) dt$$

On fait une intégration par partie  $u = t$  ;  $u' = 1$

$$v' = \sin(n\Omega t), \quad v = -\frac{1}{n\Omega} \cos(n\Omega t) \text{ alors } b_n = \frac{8A}{T^2} \left[ \frac{-t}{n\Omega} \cos(n\Omega t) \right]_0^{\frac{\pi}{2\Omega}} + \frac{8A}{n\Omega T} \int_0^{\frac{\pi}{2\Omega}} \cos(n\Omega t) dt$$

$$b_n = \frac{8A}{n\Omega T^2} \times \left( \frac{-T}{2} \right) \cos(n\Omega \frac{T}{2}) + \frac{8A}{n\Omega T} \left[ \frac{\sin(n\Omega t)}{n\Omega} \right]_0^{\frac{\pi}{2\Omega}}$$

$$\text{Soit : } b_n = \frac{2A}{n\pi} \cos(n\pi) \text{ car } \Omega = \frac{2\pi}{T}; \cos n\pi = (-1)^n \text{ d'où } b_n = \frac{2A}{n\pi} (-1)^{n+1}$$

c) Déterminons alors le nombre d'harmoniques nécessaire pour décrire le signal  $s(t)$  et donnons l'expression de sa valeur approchée:

Amplitude du fondamental :  $|b_n| = \frac{2A}{\pi}$

Amplitude de l'harmonique  $n$  :  $|b_n| = \frac{2A}{n\pi}$

$\frac{|b_n|}{|b_1|} \geq \frac{1}{5}$  alors  $\frac{1}{n} \geq \frac{1}{5}$  donc  $n \leq 5$

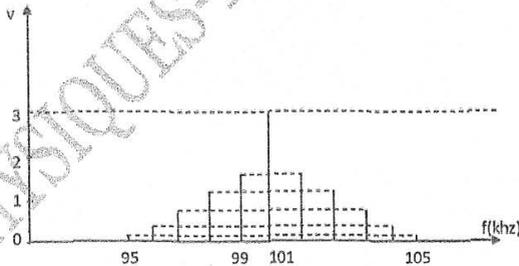
Cela signifie que l'on ne conserve que les harmoniques de rang inférieur ou égal à 5 pour décrire le signal  $s(t)$

Soit :  $s(t) \approx \frac{2A}{\pi} \sum_{n=1}^5 \frac{(-1)^{n+1}}{n} \sin(n\Omega t)$

2) a) Représentons le spectre en amplitude du signal modulé  $V(t)$  :

On obtient pour  $V(t)$  l'expression suivante :

$V(t) = V_M \left[ 1 + kx \frac{2A}{\pi} \sum_{n=1}^5 \frac{(-1)^{n+1}}{n} \sin(n\Omega t) \right] \cos \omega_0 t$



2-b Bande de fréquence  $B$  occupée par le signal  $v(t)$

La bande de fréquence occupée par le signal  $v(t)$  est

$B = 105 - 95 = 10 \text{ KHz}$

3) a) Calculons la puissance  $P_0$  transporté par  $v(t)$

$P_0$  représente la puissance fournie par la porteuse, alors

$$P_0 = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{(V_M \cos \omega_0 t)^2}{R} dt = \frac{V_M^2}{2R}$$

b) Calculons la puissance  $P$  transporté par  $v(t)$  en utilisant la décomposition spectrale correspondante

La puissance est égale à la somme des puissances associées à chacune des aires

$$P = \frac{V_M^2}{2R} + \left( \frac{V_M kA}{\pi} \right)^2 \left( 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} \right) = \frac{V_M^2}{2R} + \left( \frac{V_M kA}{\pi} \right)^2 \times \frac{1}{R} \sum_{n=1}^n \frac{1}{n^2}$$

$$P = \frac{V_M^2}{2R} \left[ 1 + 2 \left( \frac{kA}{\pi} \right)^2 \times 1,46 \right]$$

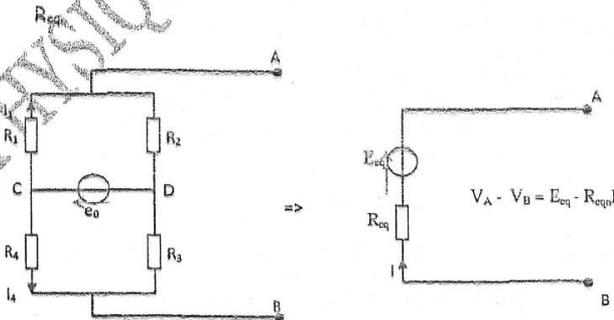
c) Déduisons la valeur du rapport  $P_0/P$

$$\frac{P_0}{P} = \frac{1}{1 + 2 \left( \frac{kA}{\pi} \right)^2 \times 1,46} = 88\%$$

**Conclusion** : On en conclut que 88% de la puissance est utilisée pour transmettre la porteuse et que le signal contenant l'information n'utilise qu'environ 12% de la puissance totale.

1) Générateur de Thévenin équivalent entre A et B pour la figure 1

Selon le théorème de Thévenin, le dipôle AB de la figure ci-dessous est équivalent à une source de tension de f.é.m.  $E_{eq}$  et de résistance interne



Calcul de  $E_{eq}$  en circuit ouvert ( $I = 0$ )

$$\begin{aligned} E_{eq} &= (V_A - V_C) + (V_C - V_B) \\ &= -R_1 I_1 + R_4 I_4 = -\frac{R_1 e_0}{R_1 + R_2} + \frac{R_4}{R_3 + R_4} e_0 \end{aligned}$$

$$\text{Soit } E_{eq} = \frac{R_2 R_4 - R_1 R_3}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} e_0$$

La résistance interne  $R_{eq}$  se calcule en éteignant la source  $e_0$  soit

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}$$

## 2) Générateur de Norton équivalent entre A et B pour la figure 2

Selon le théorème de Norton, le dipôle AB est équivalente à une source de courant électromoteur  $I_{eq}$  et de résistance interne  $R'_{eq}$ .

Nous déterminons  $I_{eq}$  en court-circuitant le dipôle ( $V_A - V_B = 0$ ), nous avons

$$(V_A = V_B)$$

$$\begin{aligned} I_0 &= I_1 + I_4 = \frac{V_C - V_A}{R_1} + \frac{V_C - V_B}{R_4} = (V_C - V_A) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_4} \right) \\ &= (V_C - V_A) \left( \frac{R_1 + R_4}{R_1 R_4} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_0 &= -(I_2 + I_3) = -\left( \frac{V_D - V_A}{R_2} + \frac{V_D - V_B}{R_3} \right) = -(V_D - V_A) \left( \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) \\ &= -(V_D - V_B) \left( \frac{R_2 + R_3}{R_2 R_3} \right) \end{aligned}$$

$$\text{D'où nous déduisons } I_{eq} = I_1 + I_2 = \frac{V_C - V_A}{R_1} + \frac{V_B - V_A}{R_2}$$

$$\Rightarrow I_{eq} = I_0 \left( \frac{R_4}{R_1 + R_4} - \frac{R_3}{R_2 + R_3} \right) = I_0 \frac{R_2 R_4 - R_1 R_3}{(R_1 + R_4)(R_2 + R_3)}$$

La résistance interne  $R'_{eq}$  se calcule en annulant  $I_0$

$$\text{Soit } R'_{eq} = \frac{(R_1+R_4)(R_2+R_3)}{R_1+R_2+R_3+R_4}$$

3) *Intensité (valeur et sens) débitée par le galvanomètre*

Circuit alimenté par une source de tension

$$I = \frac{E_{eq}}{g + R_{eq}} = e_0 \times \frac{\frac{R_2 R_4 - R_1 R_3}{(R_1+R_4)(R_2+R_3)}}{g + \frac{R_1 R_2}{R_1+R_2} + \frac{R_3 R_4}{R_3+R_4}}$$

Circuit g alimenté par une source de courant

$$\frac{I_{eq}}{1 + \frac{g}{R'_{eq}}} = I_0 \frac{\frac{R_2 R_4 - R_1 R_3}{(R_1+R_4)(R_2+R_3)}}{1 + g \frac{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}{(R_1+R_4)(R_2+R_3)}}$$

4) *Condition d'équilibre du pont*

Dans les deux cas, le pont est équilibré ( $I_g = 0$ ) si l'on a

$$R_2 R_4 = R_1 R_3 \Rightarrow \frac{R_4}{R_3} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{R_3}{R_4}$$

1. ELECTROMAGNETISME - RELATIVITE: étoile-double

a) *Montrons que si cette source se déplace vers la vitesse  $\mu$  ( $\mu/c=10^{-3}$ )*

*vers Matj, celui-ci mesure la longueur d'onde  $\lambda$  telle que  $\lambda \approx \lambda' \left(1 - \frac{\mu}{c}\right)$*

*Fréquence observée par quand l'étoile se dirige vers lui*

$$v = v' \left( \frac{1 + \frac{\mu}{c}}{1 - \frac{\mu}{c}} \right)^{\frac{1}{2}} \text{ si } \mu/c \text{ est faible, on obtient } v \approx v' \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{\mu}{c} \right) \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{\mu}{c} \right) \approx v' \left( 1 + \frac{\mu}{c} \right)$$

$$\text{D'où } \lambda = \frac{\lambda'}{1 + \frac{\mu}{c}} \approx \lambda' \left( 1 - \frac{\mu}{c} \right)$$

b) *Longueurs d'onde observées par Matj si les deux étoiles émettent la même radiation*

Si l'étoile A à une vitesse de  $v$  de composante  $\mu$  vers Matj, celui-ci observe :  $\lambda_1 = \lambda \left(1 - \frac{v}{c}\right)$

La raie est donc dédoublée ( $\lambda_1 \lambda_2$ ) et  $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = 2\lambda' \left(\frac{v}{c}\right)$

Le dédoublement maximal a lieu quand la ligne de visée de l'étoile est tangente à la trajectoire.

$$\Delta\lambda_M = 2\lambda' \left(\frac{v}{c}\right) \Rightarrow \lambda' = 448\text{\AA}$$

$$\frac{1}{2} \frac{\Delta\lambda}{\lambda'} = \frac{v}{c} = 8,32 \cdot 10^{-4} \Rightarrow v = 250\text{Km/s} \Rightarrow \Delta\lambda = 7,46\text{\AA}$$

c) Longueur du rayon de l'orbite

La période de révolution sur l'orbite circulaire  $T$  est donc :

$$vT = 2\pi R \Rightarrow R = \frac{vT}{2\pi}$$

Soit  $R = 3,46 \times 10^6 \text{Km}$ ; comparons le au rayon du soleil ( $R_0 = 6,9 \times 10^8 \text{m}$ )

$$\underline{R=5R_0}$$

1) Calculons en ce point en fonction de  $\varepsilon$  et  $v_0$  la valeur des rapport des coefficients  $\alpha$  et  $\beta$

La pente de l'isotherme, dans le plan ( $P, PV$ ) est définie par :  $\varepsilon = \left[\frac{\partial}{\partial P}(Pv)\right]$  ou  $\varepsilon = \left(\frac{\partial f}{\partial P}\right)_T$

$$\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P = \left(\frac{\partial f}{\partial T}\right)_P \Rightarrow \alpha = \frac{1}{Pv} \left(\frac{\partial f}{\partial T}\right)_P$$

Dérivons l'équation d'état par rapport à  $T$  à volume constant

$$V = \left(\frac{\partial f}{\partial T}\right)_P + \left(\frac{\partial f}{\partial P}\right)_T \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$$

$$\text{D'où } \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = \frac{\left(\frac{\partial f}{\partial T}\right)_P}{V - \left(\frac{\partial f}{\partial P}\right)_T}$$

$$\text{et } \beta = \frac{1}{Pv} \times \frac{\left(\frac{\partial f}{\partial T}\right)_P}{1 - \frac{1}{v} \left(\frac{\partial f}{\partial P}\right)_T}$$

$$\frac{\alpha}{\beta} = 1 - \frac{\varepsilon}{V}$$

2) Modèle de gaz simplifié

a) Probabilité de non collision sur le trajet dl

Si la probabilité de collision sur un trajet de longueur dl est  $\frac{dl}{\lambda}$ , la probabilité de non collision en est le complément à un soit  $1 - \frac{dl}{\lambda}$

b) Probabilité P(l) de non collision sur un trajet de longueur l

La non collision de probabilité P(l + dl) sur un trajet de longueur l + dl, implique :

- La non collision de probabilité P(l) sur le trajet de longueur l ;
- La non collision de probabilité  $1 - \frac{dl}{\lambda}$  sur le trajet de nous en déduisons

$$P(l + dl) = P(l) \left(1 - \frac{dl}{\lambda}\right) \text{ soit } \frac{dP}{dl} dl = -\frac{P}{\lambda} dl$$

Cette propriété étant vraie quelque soit dl, la fonction P(l) est solution de l'équation différentielle  $\frac{dP}{P} = -\frac{dl}{\lambda}$  soit  $P(l) = e^{-\frac{l}{\lambda}} \times K$

K est choisie tel que la probabilité de non collision sur un parcours de longueur nulle soit égale à 1  $P(0) = 1 \Rightarrow P(l) = e^{-\frac{l}{\lambda}}$

c) Probabilité d'un parcours de longueur comprise entre l et l+dl et se terminant par une collision

Un parcours de longueur comprise entre l et l+dl se terminant par une collision suppose :

La non collision sur le trajet l de probabilité P(l) ;

- La collision sur le trajet dl de probabilité  $\frac{dl}{\lambda}$ .

Ainsi le libre parcours de longueur l est affecté de la probabilité  $P(l) \times \frac{dl}{\lambda}$

d) Libre parcours moyen

Utilisons la définition du barycentre étendu à une distribution continue de probabilité. Ainsi, la valeur moyenne de  $l$  est :

$$\langle l \rangle = \frac{\int_0^{\infty} l e^{-\frac{l}{\lambda}} \frac{dl}{\lambda}}{\int_0^{\infty} e^{-\frac{l}{\lambda}} \frac{dl}{\lambda}}$$

posons  $X = \frac{l}{\lambda} \Rightarrow \langle l \rangle = \lambda \frac{\int_0^{\infty} [-(1+X)e^{-X}]_0^{\infty}}{[-e^{-X}]_0^{\infty}} \Rightarrow \langle l \rangle = \lambda$

**EXERCICE :**

1) Pendule élastique dans un ascenseur

À l'équilibre, dans l'ascenseur au repos la masse  $m$  est soumise à deux forces :  $\vec{P} + \vec{F} = \vec{0}$

Si la masse se déplace de  $x$  par rapport à la position d'équilibre, elle est alors soumise à :  $\vec{f} = \vec{P} + \vec{F} - K\vec{x}$

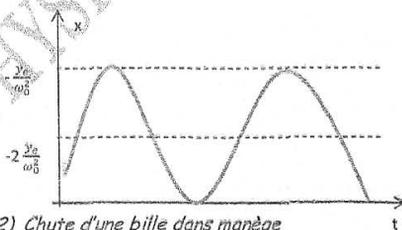
Dans le référentiel lié à l'ascenseur, il faut ajouter la force d'inertie d'entraînement  $-m\vec{\gamma}_e$  :

$$m\vec{\gamma} = \vec{P} + \vec{F} - m\vec{\gamma}_e$$

$$\Rightarrow \ddot{x} + \omega^2 x + \gamma_e = 0$$

$$\Rightarrow x = -\frac{\gamma_e}{\omega^2} + a \cos(\omega_0 t - \varphi)$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} ; t = 0, x = 0 \Rightarrow x = -\frac{\gamma_e}{\omega_0^2} (\cos \omega_0 t - 1)$$



2) Chute d'une bille dans manège

Les coordonnées sont  $(x, y, z)$  dans le référentiel lié au sol,

elles sont coordonnées (X,Y,Z) dans celui lié au manège.

$$\begin{cases} X = x \cos \Omega t + y \sin \Omega t \\ Y = y \cos \Omega t - x \sin \Omega t \\ Z = z \end{cases}$$

a) *Mouvement de la bille dans un système d'axes liés au sol*

La trajectoire de la bille est un parabolique :

$$x = x_0 ; \quad y = v_0 t ; \quad z = -\frac{1}{2} g t^2$$

b) *Déduction du mouvement de la bille dans un système d'axes liés au manège*

$$X = x_0 \cos \Omega t + v_0 t \sin \Omega t \quad Y = v_0 t \cos \Omega t - x_0 \sin \Omega t \quad Z = -\frac{1}{2} g t^2$$

$v_0 = x_0 \Omega$  ;  $Z = -h$  correspond au point d'impact sur le planché du manège

c) *Comparaison*

$$\text{Fil à plomb fixé en } M_0 \begin{cases} X = x_0 \\ Y = 0 \\ Z = 0 \end{cases}$$

$$\text{Extrémité le plomb en } M' \begin{cases} X' = 0 \\ Y' = 0 \\ Z' = -h \end{cases}$$

la force d'inertie centrifuge  $\vec{f}$  :  $f = m \Omega^2 X'$

$$\tan \alpha = \frac{f}{mg} = \Omega^2 \frac{X'}{g}$$

On en déduit  $X' = x_0 + h \Omega^2 \frac{x}{g}$

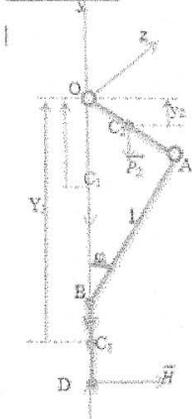
d) *Ecriture directe des équations du mouvement de la bille dans un système d'axes liés au manège*

Dans un référentiel non galiléen, l'équation fondamentale de la dynamique

est :

$$m \vec{g} = \vec{F} + \vec{F}_i + \vec{F}_c \quad \text{projetée sur les axes OXYZ elle donne: } \begin{cases} \ddot{X} - 2\Omega \dot{Y} - \Omega^2 X = 0 \\ \ddot{Y} + 2\Omega \dot{X} - \Omega^2 Y = 0 \\ \ddot{Z} + g = 0 \end{cases}$$

**EXERCICE 4 :**



Les forces:  $\vec{P}_1$ ,  $\vec{P}_2$ ,  $\vec{P}_3$ ,  $\vec{R}$  et  $\vec{H}$  sont appliquées à la machine.

$\vec{R}$  Composant verticale de la réaction de la fondation ;

$\vec{H}$  La composante horizontale de la réaction de la fondation.

Tous les poids sont appliqués aux différents centres de masse.

Le théorème du mouvement de centre de masse nous permet d'écrire :

$$M\ddot{y}_c = \sum_{k=1}^n F_{ky}^e \quad (1)$$

Projection des forces appliquées sur la machine :

$$\text{Axe } y : \sum_{k=1}^n F_{ky}^e = P_1 + P_2 + P_3 - R \quad (2) \quad \text{dans (1) on obtient :}$$

$$\Rightarrow M\ddot{y}_c = P_1 + P_2 + P_3 - R$$

$$\Rightarrow R = P_1 + P_2 + P_3 - M\ddot{y}_c$$

on a aussi :

Examen du système bielle - manivelle à l'instant  $t$ , lorsque  $OA$  tourne de la position verticale inférieure à un angle :  $\varphi = \omega t$

$$y_1 = OC_1 = \cos(\omega t)$$

$$y_2 = \frac{OA}{2} \cos \omega t \quad ; \quad r = OA$$

$$y_3 = OA \cos \omega t + AB \cos \psi + BC_3$$

Posons  $\lambda = \frac{r}{l} = \text{constante}$

$\cos \varphi = \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \omega t}$  on remplace dans  $y_3$

$$y_3 = r \cos \omega t + l \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \omega t} + BC_3$$

$$(1 - \lambda^2 \sin^2 \omega t)^{\frac{1}{2}} \approx 1 - \frac{1}{2} \lambda^2 \sin^2 \omega t$$

$$\text{Ainsi : } y_3 = r \cos \omega t + l \left( 1 - \frac{1}{2} \lambda^2 \sin^2 \omega t \right) + BC_3$$

$$\Rightarrow y_3 = l - \frac{r^2}{4l} + r \left( \cos \omega t + \frac{1}{4} \lambda \cos 2\omega t \right) + BC_3$$

Dérivons 2 fois les expressions de  $y_1; y_2; y_3$  et remplaçons dans (3);

$$\text{La réaction devient par là } \Rightarrow R = P_1 + P_2 + P_3 + \frac{r\omega^2}{2} [(m_2 + 2m_3) \cos \omega t + 2\lambda m_3 \cos 2\omega t]$$

PHYSIQUES-FCI13-2013-NDJOY