

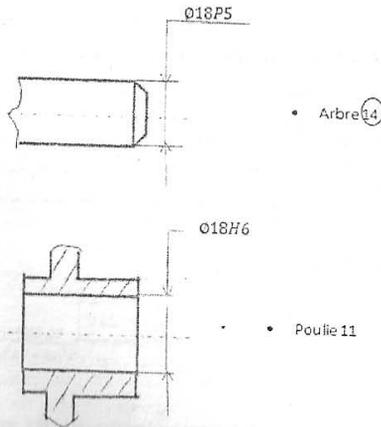
**CORRECTION CONCOURS ENTREE EN TROISIEME ANNEE FGI : LICENCES
GENIE CIVIL ET GENIE MECANIQUE**

Session : 2013 - Durée : 3 heures

Exercice 1

1- Vague et non précis
Cas de (14) et (11)

- Ajustement avec serrage
 - L'arbre doit pouvoir être entraîné par la poulie.
- 2- $\phi 18$ H6 / P5
- 3- * arbre 14
- Poulie 11



4-

	arbre	poulie
Ecart (mm)	$\phi 18$	$\phi 18$
Ecart sup (mm)	+0,026	+0,011
Ecart inf.	+0,018	+0,00
It (mm)	+0,008	+0,011
Cote maxi	$\phi 18,026$	$\phi 18,011$
Cote mini	$\phi 18,018$	$\phi 18$

5-

$$J_{max} = A_{max} - a_{min}$$

$$= \phi 18,011 - 18,018 = -0,07$$

$$J_{min} = A_{min} - a_{max}$$

$$= \phi 18 - \phi 18,018 = -0,18$$

Ajustement avec serrage

Justifier car $J_{max} < 0$ $J_{min} < 0$

Exercice 3

$$P = 3000 \text{ W}$$

$$N = 1800 \text{ tr/min}$$

$$1) P = C\omega = \frac{C2\pi N}{60}$$

$$\Rightarrow C = \frac{60P}{2\pi N}$$

$$\text{AN: } \frac{60 \cdot 3000}{2\pi \cdot 1800} = \frac{1800}{118,04} = 15,92$$

$$C = 15,92 \text{ N.m}$$

$$2) d_B = mZ_A = 54 \text{ mm}$$

Compte tenu du fait que ne peuvent engrener ensemble que deux roues de même module

$$\text{On a: } d_B = mZ_B \Rightarrow d_B = 3,75 = 225 \text{ mm}$$

$$3) \frac{N_s}{N_e} = \frac{\pi Z_{menante}}{\pi Z_{menée}}$$

$$N_s = \frac{1800 \cdot Z_A \cdot Z_C}{Z_B \cdot Z_D}$$

$$= \frac{1800 \cdot 18 \cdot 24}{75 \cdot 60} = 172,8$$

$$N_s = 172,8 \text{ tr/min}$$

$$4) \frac{C_s}{C_t} = 0,8 \Rightarrow C_s = 0,8 C_t$$

$$= 106,4 \text{ N.m}$$

Le couple sur l'arbre de sortie est 106,4 N.m

Exercice 4

1)



2) Condition de résistance

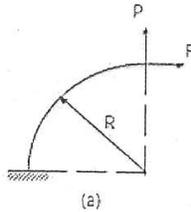
$$\sigma < R_p$$

$$\Rightarrow \frac{F}{S} < R_p \Rightarrow \frac{F}{R_p} < S$$

$$S_{min} = \frac{6 \cdot 10^4}{100} = 600 \text{ mm}^2$$

$$S_{min} = 600 \text{ mm}^2$$

Exercice



(a) Forces concentrées:

Pour déterminer les expressions de N et T, on projette les forces concentrées suivant les axes de N et T. L'expression de M est la somme des moments de toutes les forces par rapport à ce point.

$0 \leq \theta \leq 90$

$N(\theta) = F \cos\theta + P \sin\theta$

$N(0) = F, N(90) = P$

$T(\theta) = F \sin\theta - P \cos\theta$

$T(0) = -P, T(90) = F$

et $T(\alpha) = 0 \Rightarrow \tan\alpha = P:F$

$M(\theta) = FR(1 - \cos\theta) - PR\sin\theta$

$M(0) = 0, M(90) = (F-P)R$

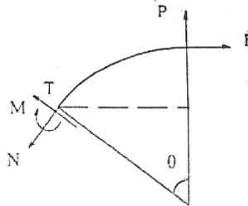
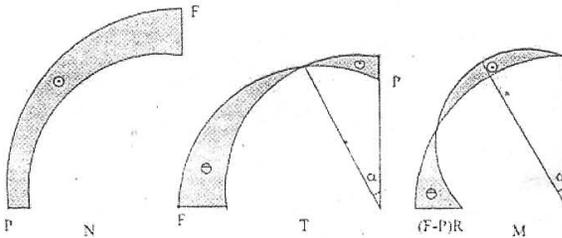


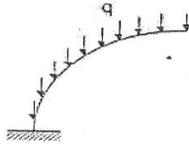
Fig. 3.14



Un autre cas de figure

TECHNO FGL

CA



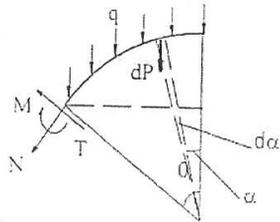
(b)

(b) Charge uniformément répartie sur l'arc:

La résultante d'une charge uniformément répartie sur l'arc suivant une seule direction est égale au produit de l'intensité de la charge par la longueur de l'arc passant par son milieu et dirigée suivant l'orientation de la charge.

La longueur de l'arc faisant un angle α est $dL = R d\alpha$

et la force élémentaire : $dP = q dL = qR d\alpha$



Pour $0 \leq \theta \leq 90$ on écrit les expressions de N, T et M

$$dN(\theta) = -dP \sin\theta = -qR \sin\theta d\alpha$$

$$N(\theta) = -qR \sin\theta \int_0^\theta d\alpha = -qR\theta \sin\theta$$

$$N(0) = 0, \quad N(90) = -\pi qR/2$$

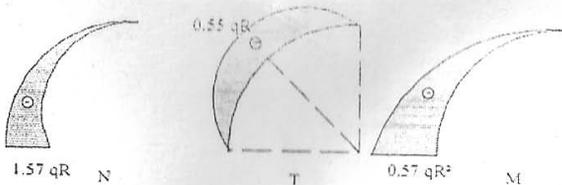
$$dT(\theta) = dP \cos\theta = qR \cos\theta \int_0^\theta d\alpha = qR\theta \cos\theta$$

$$T(0) = 0, \quad T(90) = 0$$

$$dM(\theta) = -dPR(\sin\theta - \sin\alpha) = -qR^2(\sin\theta - \sin\alpha)d\alpha$$

$$M(\theta) = -qR^2 \int_0^\theta (\sin\theta - \sin\alpha)d\alpha = -qR^2(\theta \sin\theta - \cos\theta - 1)$$

$$M(0) = 0, \quad M(90) = -(\pi/2 - 1)qR^2$$



Exercice

Solution:

1- Aspect statique

$$\sum F_x = 0$$

$$N_2 \sin \alpha - N_3 \sin \alpha = 0$$

$$\Rightarrow N_2 = N_3 \quad (1)$$

$$\sum F_y = 0$$

$$N_1 + N_2 \cos \alpha + N_3 \cos \alpha - P = 0$$

$$\Rightarrow N_1 + 2N_2 \cos \alpha = P \quad (2)$$

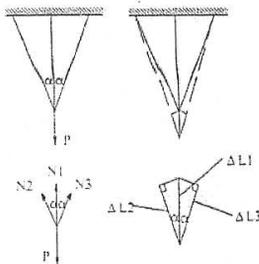


Fig. 6.7

2- Aspect géométrique

$$\Delta L_2 = \Delta L_3 = \Delta L_1 \cos \alpha$$

3- Aspect physique:

$$\Delta L_1 = \frac{N_1 L_1}{ES} \quad \text{et} \quad \Delta L_2 = \frac{N_2 L_2}{ES}$$

En substituant dans (2), on obtient

$$\frac{N_2 L_2}{ES} = \frac{N_1 L_1 \cos \alpha}{ES} \Rightarrow N_2 L_2 = N_1 L_1 \cos \alpha$$

4- Synthèse et résolution des équations

On élimine N_3 de (2) $\Rightarrow N_1 + 2N_2 \cos \alpha = P$

$$\text{de (5) on tire } N_1 = N_2 \frac{L_2}{L_1 \cos \alpha}$$

et en combinant (6) et (7) on aura alors

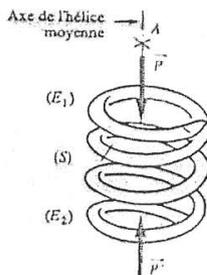
$$\Rightarrow N_1 = \frac{P}{1 - 2 \cos^3 \alpha} \quad \text{et} \quad N_2 = N_3 = \frac{P \cos^2 \alpha}{1 - 2 \cos^3 \alpha}$$

Exercice

Soit un ressort hélicoïdal en équilibre stable sous l'action de deux torseurs de liaison d'extrémité se réduisant à deux glisseurs opposés : $\{G_1\}$ et $\{G_2\}$ (fig. 6.16).

$$\{G_1\} = \begin{Bmatrix} \vec{P} \\ \vec{0} \end{Bmatrix} \quad \text{et} \quad \{G_2\} = \begin{Bmatrix} \vec{P}' \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$$

A est un point quelconque de l'axe de l'hélice moyenne et $\vec{P} + \vec{P}' = \vec{0}$.



Effectuons une section fictive (S) normale au fil et considérons le système matériel {tronçon E_1 } situé au-dessus de (S) . Soit G le centre de surface de la section du fil dans (S) (fig. 6.17).

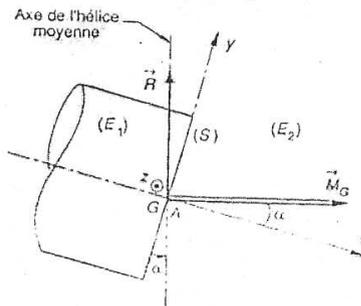


Fig. 6.17.

Considérons le torseur des forces de cohésion $\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\}$, que (E_2) exerce sur (E_1) à travers la section (S) et exprimons ses éléments de réduction en G .

$$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \sigma \begin{Bmatrix} \vec{R} \\ \vec{M}_G \end{Bmatrix}.$$

Nous savons par ailleurs que (voir chapitre 3) :

$$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = - \{\mathcal{T}_1\}. \quad (1)$$

Exprimons $\{\mathcal{T}_1\}$ au point G , centre de surface de (S)

$$\vec{M}_{1G} = \vec{0} + \vec{GA} \wedge \vec{P}.$$

D'après (1) on peut alors écrire que :

$$\begin{cases} \vec{R} = -\vec{P} \\ \vec{M}_G = -(\vec{GA} \wedge \vec{P}). \end{cases}$$

Exprimons ces éléments de réduction du torseur de cohésion dans le repère $(G, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ de définition des sollicitations. Pour simplifier le calcul nous prendrons comme point A appartenant à l'axe de l'hélice, la projection orthogonale de G sur celui-ci.

$$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \begin{Bmatrix} -\|\vec{P}\| \sin \alpha & \|\vec{P}\| \frac{D}{2} \cos \alpha \\ \|\vec{P}\| \cos \alpha & \|\vec{P}\| \frac{D}{2} \sin \alpha \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(G, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}.$$

Exprimons les composantes dans $(G, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ du torseur de cohésion :

Exprimons les composantes dans $(G, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ du torseur de cohésion

$$\text{effort normal} \quad : N = -\|\vec{P}\| \sin \alpha ;$$

$$\text{effort tranchant} \quad : T_1 = \|\vec{P}\| \cos \alpha ;$$

$$\text{moment de torsion : } M_t = \|\vec{P}\| \frac{L}{2} \cos \alpha ;$$

$$\text{moment de flexion : } M_f = \|\vec{P}\| \frac{D}{2} \sin \alpha .$$

L'angle α est généralement assez faible ; de l'ordre de 6° à 8° .

Notons par exemple que $\sin 6^\circ \approx 0,10$ et que $\cos 6^\circ \approx 0,99$. Compte tenu de ces valeurs, on peut convenir de négliger l'effort normal et le moment de flexion et d'exprimer l'effort tranchant et le moment de torsion par excès.

$$\begin{cases} N \approx 0, \\ T_y \approx \|\vec{P}\|, \\ M_t \approx \|\vec{P}\| \frac{D}{2}, \\ M_f \approx 0. \end{cases}$$

Contraintes dues à la torsion et au cisaillement

Exprimons et analysons les contraintes correspondant aux sollicitations de torsion et de cisaillement.

Notons pour simplifier l'écriture : $\|\vec{P}\| = P$.

Contrainte maximale de torsion : τ_1

Nous avons vu au *paragraphe 5.1* que la contrainte maximale est obtenue pour $\rho = GM = v = \frac{d}{2}$.

Dans le repère $(G, \vec{x}, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ tel que $\vec{y}_1 = \frac{\vec{GM}}{\|\vec{GM}\|}$ on obtient :

$$\tau_1 = |\tau_{xz_1}|_{\max} = \frac{|M_t|_{\max}}{\left(\frac{J_0}{v}\right)} = \frac{8PD}{\pi d^3}. \quad (1)$$

Contrainte moyenne de cisaillement : τ_2

En supposant en première approximation que la contrainte de cisaillement est uniformément répartie dans la section on obtient :

$$\tau_2 = \frac{T}{S} = \frac{4P}{\pi d^2} \quad (2)$$

La figure 6.18 montre la répartition des contraintes τ_1 et τ_2 dans une section droite (S) du ressort. On voit que τ_1 et τ_2 ont même sens au point M situé sur GA et à l'intérieur de la spire. Au point N situé sur GA et à l'extérieur de la spire τ_1 et τ_2 sont de sens contraire. Donc la contrainte résultante $\bar{\tau}$ définie par :

$\bar{\tau} = \bar{\tau}_1 + \bar{\tau}_2$ est maximale en M.

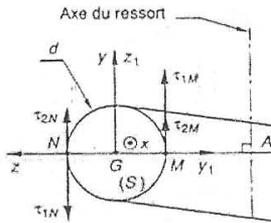


Fig. 6.18.

$$\begin{aligned} |\tau|_{\max} &= \tau_{1M} + \tau_{2M} \\ |\tau|_{\max} &= \frac{8PD}{\pi d^3} + \frac{4P}{\pi d^2} = \frac{8PD}{\pi d^3} \left(1 + \frac{d}{2D} \right) \quad (3) \end{aligned}$$

L'expérience montre que pour les ressorts de très grande rigidité (suspension de voiture, de camion, de T.G.V.) pour lesquels le rapport $\frac{d}{D}$ n'est pas négligeable, les premières fissures apparaissent à l'intérieur de la spire.

Dans le cas d'un ressort de rigidité moyenne pour lequel $D \approx 6d$, les relations (1) et (2) montrent que

$$\tau_2 = \frac{\tau_1}{12}$$

$$|\tau|_{\max} = \frac{8PD}{\pi d^3}$$