

ECOLE NORMALE SUPERIEUR (ENS)

CONCOURS D'ENTREE EN 1^{ERE} ANNEE SESSION DE 2009

Epreuve de : MATHEMATIQUES

SERIE : INFORMATIQUE

Exercice 1 :

- On définit les suites (U_n) et (V_n) par : $U_0 = 1$; $V_0 = -2$ et pour tout entier naturel n , $U_{n+1} = \frac{1}{3}U_n + \frac{2}{3}V_n$ et $V_{n+1} = \frac{1}{4}U_n + \frac{3}{4}V_n$.
 - Montrer que la suite $(U_n - V_n)$ est une suite géométrique.
 - Montrer que la suite $(U_n + \frac{8}{3}V_n)$ est une suite constante.
 - En déduire les expressions respectives de U_n et V_n en fonction de n .
 - Les suites (U_n) et (V_n) sont-elles convergentes ? si oui donner les limites
- On considère la suite (e_n) définie par : $e_n = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \dots + \frac{1}{(n+1)!}$
 - Démontrer par récurrence que $\forall n \in \mathbb{N}, \frac{1}{(n+1)!} \leq 2^{-n}$
 - En déduire que la suite (e_n) est majorée par 3
 - Montrer que (e_n) est une suite convergente (on ne demande pas la limite)

Exercice 2 :

- Une urne contient 10 billes indiscernables au toucher dont 6 noires, 2 blanches et 2 rouges. L'expérience consiste à chaque essai d'effectuer dans l'urne deux tirages au hasard comme suit : au premier tour, on tire sans remise une bille et au deuxième tour on tire simultanément deux billes. Déterminer :
 - La probabilité P_1 de tirer deux billes de même couleur au deuxième tour.
 - La probabilité P_2 d'avoir au moins deux billes de même couleur au cours d'un essai.

- c. La probabilité d'avoir trois billes de couleurs distinctes au cours d'un essai.
2. Le tableau ci-dessous indique, pour 5 ménages choisis au hasard le nombre X de personnes dans le ménage et la quantité Y (en kg) de poissons consommés en un mois.

X	3	4	5	6	7
Y	5,1	11,5	15	21,37	24,4

- a. Représenter graphiquement ces observations
- b. Déterminer le point moyen G de cette série statistique
- c. Déterminer le coefficient de corrélation linéaire entre X et Y. qu'en conclure ?
- d. Donner une estimation de la quantité de poissons consommés dans le ménage de 9 personnes.

www.touslesconcours.info