REPUBLIQUE DU CAMEROUN
Paix-Travail-Patrie
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
UNIVERSITE DE YAOUNDE I

REPUBLIC OF CAMEROON
Peace-Work-Fatherland
MINISTRY OF HIGHER EDUCATION
THE UNIVERSITY OF YAOUNDE I

ECOLE NORMALE SUPERIEUR (ENS)

CONCOURS D'ENTREE EN 1ERE ANNEE SESSION DE 2011

Epreuve de : MATHEMATIQUES

SERIE : **MATHEMATIQUES**

Epreuve : Géométrie

Exercice 1 :

Soient ABC un triangle, G le barycentre de ABC et J le barycentre de (B,1) et (C,4). La droite (GJ) coupe la droite (AB) au point K.

1. Faire une figure et placer les points G et J.
2. On souhaite déterminer le réel x tel que $\overrightarrow{AK} = x\overrightarrow{AB}$
   a) Justifier sans calculs l'existence d'un réel y tel que $\overrightarrow{JK} = y\overrightarrow{JG}$
   b) Exprimer $\overrightarrow{JG}$, puis $\overrightarrow{AK}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$
   c) En déduire la valeur de x et exprimer G comme barycentre de J et K

Exercice 2:

Soit ABCD un tétraèdre de sens direct tel que ABC est isocèle rectangle en A la droite (CD) est orthogonale au plan (ABC), $AB = 1$ et $CD = \sqrt{2}$.

1. Déterminer le périmètre et le volume de ABCD
2. Déterminer le produit scalaire $\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{BC}$ et le produit vectoriel $\overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{BC}$

Exercice 3:

Soient $(O, \vec{u}, \vec{v})$ un repère orthonormé direct du plan complexe P. soient f et g deux applications de P dans P telles que pour tout points M de P, $g(M)$ est le milieu de $[M\, f(M)]$.

1. On suppose que f est une symétrie centrale de centre I.
   a) Déterminer g(M) pour tout $M \in P$
   b) Peut-on dire que : si f est une similitude alors g est aussi une similitude. Justifier.
2. On suppose que f est une isométrie de la forme complexe : $z' = az + b, (a, b) \in \mathbb{C}^* \times \mathbb{C}^*$

a) Déterminer la forme complexe de g.
b) En déduire que g est une isométrie si et seulement si f est une translation.

3. On suppose que f est une application affine.
   Montrer que g est aussi une application affine
4. On suppose que f a pour forme complexe : $z' = iz - 4$
   Déterminer la nature exacte et les éléments caractéristiques de f et g.
5. On suppose que f est une projection orthogonale d'axe, l'axe des abscisses
   a) Exprimer $\overrightarrow{f(M)g(M)}$ en fonction de $\overrightarrow{f(M)M}$
   b) En déduire la nature exacte et les éléments caractéristiques de g.

Exercice 4:

Soit $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ un repère orthonormé direct de l'espace (ε). On considère le point $A(3, 1, -2)$; le plan (P) : $x - 2y - 2z = 1$ et l'ensemble $(\mathcal{T})$ des points $M(x, y, z)$ tels que $-9x^2 + 16y^2 + 25z^2 = 0$

1. Etant donné le plan (P_1): $x = 1$, montrer que $(P_1) \cap (\mathcal{T})$ est une conique dont on donnera la nature, l'excentricité et l'axe focal.
2. Etant donné le plan (P_2): $y = 1$, montrer que $(P_2) \cap (\mathcal{T})$ est une conique dont on donnera la nature, l'excentricité et l'axe focal
3. Soit (D) la droite passant par A et de vecteur directeur $\vec{u} = (1,2,2)$
   a. Donner une représentation paramétrique de (D)
   b. En déduire que (D) intercepte $(\mathcal{T})$ en deux points à déterminer.
4. Déterminer l'expression analytique de demi-tour d'axe (D).