REPUBLIQUE DU CAMEROUN
Paix-Travail-Patrie
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
UNIVERSITE DE YAOUNDE I

REPUBLIC OF CAMEROON
Peace-Work-Fatherland
MINISTRY OF HIGHER EDUCATION
THE UNIVERSITY OF YAOUNDE I

ECOLE NORMALE SUPERIEUR (ENS)

CONCOURS D'ENTREE EN 1ERE ANNEE SESSION DE 2011

Epreuve de : MATHEMATIQUES

SERIE : INFORMATIQUE

Epreuve : Analyse-Algèbre-Probabilité

Exercice 1 :

On pose $E = \{a, b, c\}$. On définie sur E une opération d'addition notée $\oplus$ de sorte que $(E, \oplus)$ soit un groupe. C'est-à-dire que les trois conditions suivantes sont satisfaites.

a. Il existe un unique $x\ de\ E$ notée e vérifiant $\forall\ x \in E, x\oplus e = e\oplus x = x$.
b. Pour chaque élément $x \in E$, il existe un unique élément $\overline{x}$ vérifiant $x\oplus\overline{x} = e\ et\ \overline{x}\oplus x = e$.
c. Pour tout triplet (x, y, z) d'éléments de E, $(x\oplus y)\oplus z = x\oplus(y\oplus z)$ (associativité de $\oplus$).
   Dans ce cas l'élément $\overline{x}$ de la condition b) est appelé le symétrique de x.
   On considère le tableau incomplet suivant :

$\oplus$	a	b	c
a			b
b	a		c
c	b		a

L'exercice consiste à compléter progressivement le tableau ci-dessous où chaque élément case contient l'élément $x\oplus y$, x étant l'élément en tête de ligne et y l'élément en tête de colonne. Pour le faire.

1. Montrer que
   a. L'élément a n'est pas élément neutre de $\oplus$
   b. L'élément c n'est pas élément neutre de $\oplus$
2. Montrer que $e = b$, puis reproduire le tableau ci-dessus et compléter la deuxième ligne.

3. Montrer que $\overline{a} = c$ en justifiant la réponse.
4. Montrer que $c \oplus a = b$
5. Montrer que $c \oplus c = a$
6. Compléter le tableau entièrement.

<u>Exercice 2</u> :

1. Soit dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation
$$(E): z^3 + iz^2 - 12iz + 36 - 18i = 0$$
   a. Déterminer la forme algébrique de $(3 + 2i)^2$
   b. Montrer que l'équation (E) admet une solution imaginaire pure.
   c. En déduire que $z^3 + iz^2 - 12iz + 36 - 18i = (z + i\mu)(z^2 + i\alpha z + \beta + i\gamma)$ où α, β, γ et μ des nombres réels à déterminer.
   d. Résoudre l'équation (E)
2. On pose $Z = -\sqrt{2+\sqrt{2}} - i\sqrt{2-\sqrt{2}}$
   a. Déterminer la forme algébrique de Z^4
   b. En déduire la forme exponentielle de Z^4 et Z
   c. Donner la valeur exacte de $cos\frac{\pi}{8}$ et $sin\frac{5\pi}{8}$

<u>Exercice 3</u> :

Soit le système d'équations (S): $\begin{cases} x + 2y + 3z + 4t = 1 \\ 4x + y + 2z + 3t = 2 \\ 3x + 4y + z + 2t = 3 \\ 2x + 3y + 2z + t = 4 \end{cases}$

$$Et\ on\ pose: \begin{cases} X = x + 2y + 3z + 4t \\ Y = -7y - 10z - 13t \\ Z = -\frac{36}{7}z - \frac{44}{7}t \\ T = -2t \end{cases}$$

On suppose que (x, y, z, t) est une solution de (S). Répondre uniquement aux questions suivantes pour déterminer x, y, z, t.

1. Que vaut X ?
2. Exprimer $4X + Y; 3X + \frac{2Y}{7} + Z$ et $2X + \frac{Y}{7} + \frac{Z}{2} + T$ en fonction de x, y, z et t.

3. Déterminer la valeur de $4X + Y; 3X + \frac{2Y}{7} + Z\ et\ 2X + \frac{Y}{7} + \frac{Z}{2} + T$
4. Déterminer Y,Z et T
5. A partir des valeurs de X,Y,Z et T, déterminer $x, y, z\ et\ t$