

ECOLE NORMALE SUPERIEUR (ENS)

CONCOURS D'ENTREE EN 1^{ERE} ANNEE SESSION DE 2014

Epreuve de : MATHEMATIQUES

SERIE : INFORMATIQUE

Epreuve : Géométrie

1. Soient A, B et C trois points non alignés dans un plan, I et J les points tels que $\vec{BC} = 3\vec{BI}$ et $\vec{AJ} = 2\vec{AB} + \vec{AC}$.
 - a. Exprimer C comme barycentre de B et I ; puis J comme barycentre de A, B et C.
 - b. En déduire que les points A, I et J sont alignés.
2. ABCD est un parallélogramme et G est le centre de gravité du triangle BCD.
 - a. Exprimer D comme barycentre des points A, B et C.
 - b. Exprimer G comme barycentre des points A, B et C.

Dans les questions 3 à 8, $\mathcal{R} = (O, \vec{i}, \vec{j})$ est un repère orthonormé direct du plan (P)

3. Soit (C) le cercle dont le diamètre est [A, B] avec A(1,0) et B(3,0)
 - a. Déterminer une équation cartésienne de (C) dans le repère \mathcal{R} .
 - b. Déterminer les tangentes au cercle (C) passant par le point K(0, -1)
4. Soit la droite (d): $x + \sqrt{3}y - 1 = 0$.
 - a. Déterminer un vecteur directeur \vec{u} et un vecteur normal \vec{n} de (d), \vec{u} et \vec{n} étant unitaires et d'abscisse positives.
 - b. Déterminer une mesure en radians de l'angle orienté (\vec{i}, \vec{u}) .
5. A tout point d'affixe $z \neq 2i$, on associe le point M' d'affixe $z' = \frac{z-2}{z-2i}$.
 - a. Montrer que les points M pour lesquels z' est imaginaire pur appartiennent à un cercle dont on donnera le centre et le rayon.
 - b. Déterminer les coordonnées de M sachant que z' a pour module 2 et pour argument $\frac{3\pi}{4}$.
6. Soient les points A(1,2); B(2,1) et C(-2; -2).

- a. Déterminer l'aire du triangle ABC.
 - b. Déterminer une équation cartésienne de la hauteur issue de A dans le triangle ABC.
7. Soit S la similitude de centre $A(1 - 2i)$, de rapport 2 et d'angle $\frac{\pi}{2}$.
- a. Déterminer la forme complexe de S
 - b. Déterminer l'image par S de la droite $(\Delta): 2x - 3y + 1 = 0$.
8. Soit T_a la transformation dont la forme complexe est : $z' = az + 2 - i$
- a. Sachant que T_a est une rotation d'angle $-\frac{\pi}{2}$ déterminer a et caractériser T_a .
 - b. Sachant que T_a est une symétrie centrale, déterminer a et caractériser T_a .

Dans les questions 9 à 10, $\mathfrak{R} = (O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ est un repère orthonormé direct de l'espace (\mathcal{E})

9. Soient $A(2,0,0), B(0,2,0); C(0,0,2)$ et $D(-1, -2, -1)$ quatre points de (\mathcal{E}) .
- a. Déterminer les coordonnées du point I équidistants de A, B et C .
 - b. Déterminer le volume du tétraèdre $ABCD$.
10. Soit S la sphère de centre $\Omega(1,2,3)$ passant par $P(1, -1, -1)$
- a. Déterminer le rayon de (S) et en déduire une équation cartésienne de (S) .
 - b. Déterminer les points d'intersection de (S) avec l'axe des abscisses du repère \mathfrak{R} .