

REPUBLIQUE DU CAMEROUN  
Paix – Travail – Patrie

MINISTERE DES FORÊTS ET DE LA  
FAUNE

SECRETARIAT GENERAL

CELLULE DE L'ENSEIGNEMENT

REPUBLIC OF CAMEROON  
Peace – Work – Fatherland

MINISTRY OF FORESTRY AND  
WILDLIFE

SECRETARIAT GENERAL

EDUCATION UNIT

TESTS DE SELECTION POUR L'ADMISSION A L'ECOLE NATIONALE DES  
EAUX ET FORETS DE MBALMAYO, (61<sup>e</sup> PROMOTION 2008 -2010)  
SESSION D'AOUT 2008

CYCLE "B2": Techniciens Supérieurs des Eaux et Forêts (TSEF)

EPREUVE DE: MATHEMATIQUES

Durée : 4 heures

Coefficient: 5

Question I (3 pts)

Une urne contient 12 billes numérotées de 1 à 12, indiscernables au toucher.

- On tire au hasard et simultanément, 4 billes de l'urne ; tous les tirages sont équiprobables. On appelle  $X$  la variable aléatoire indiquant le nombre de numéros pairs figurant parmi les 4 numéros d'un tirage.
  - Donner la loi de probabilité de  $X$ . Calculer son espérance mathématique et sa variance.
  - Quelle est la probabilité pour que la somme des 4 numéros soit paire ?
- On répète 10 fois le tirage décrit précédemment, en remettant les billes dans l'urne après chaque tirage. Quelle est la probabilité d'obtenir exactement 6 fois une somme paire au cours de ces tirages successifs ?

Question II (4 pts)

- Soit  $n$  un entier naturel ; Calculer  $I = \int_n^{n+1} (x+1)e^{-x} dx$
- On appelle  $(U_n)$  la suite définie par :  $U_n = -(n+3)e^{-n+1} + (n+2)e^{-n}$ 
  - Etudier la convergence de  $(U_n)$
  - On pose  $S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$ 
    - Calculer  $S_2$
    - Exprimer  $S_n$  en fonction de  $n$
    - Calculer la limite de  $S_n$  quand  $n$  tend vers l'infini.
- Loïs part du Cameroun avec une somme de 675 000 Fcfa. Elle doit visiter  $n$  pays d'Afrique. Sachant que le taux d'échange est de 15% à chaque frontière et que tous les frais de séjour sont pris en charge par ses amis dans chaque pays,
  - Combien lui reste-t-il au troisième pays ?
  - Combien de pays doit-elle visiter pour qu'au retour dans son pays il lui reste au moins 200 000 Fcfa ? On suppose que pour retourner au Cameroun, Loïs suit le même itinéraire qu'à l'allée, mais dans le sens inverse.

PROBLEME (13 pts)

A- Soit  $f$  la fonction numérique définie sur  $]0, +\infty[$  par :  $f(x) = 2 - \frac{1}{x} + 2 \ln 2x$

- 1) Calculer les limites de  $f$  en 0 et en  $+\infty$  ;  
Etudier les variations de  $f$  et dresser son tableau de variation
- 2) Calculer  $f(1/2)$ . Déterminer suivant les valeurs de  $x$  le signe  $f'(x)$   
(La représentation graphique de  $f$  n'est pas demandée)

B- On considère la fonction numérique  $g$  définie sur  $]0, +\infty[$  par :  $g(x) = \sqrt{2x} - 1/\ln 2x$ .

- 1) Calculer les limites de  $g$  en 0 et en  $+\infty$
- 2) Etudier la dérivabilité de  $g$  en  $1/2$
- 3) Calculer  $g'(x)$  et étudier son signe. (On pourra utiliser les résultats de la partie A).  
Donner le tableau de variation de  $g$ .
- 4) Calculer  $g(1/8)$ ;  $g(1/4)$ ;  $g(1)$ ;  $g(2)$ ;  $g(3)$

Donner une valeur approchée des résultats ainsi obtenus, sachant que  $\ln 2 \approx 0.7$  et  $\ln 3 \approx 1.1$

- 5) Tracer la Courbe (G) représentative de la fonction  $g$  dans un plan rapporté à un repère orthonormé  $(0, i, j)$  (Unité sur les axes : 4cm) ;
- 6) On considère la droite (D) d'équation  $Y = 2x - 1$ .
  - a). Démontrer que (D) rencontre (G) en trois points A, B et C, dont on déterminera les abscisses respectives  $X_A$ ,  $X_B$  et  $X_C$  ( $X_A < X_B < X_C$ )
  - b). Tracer (D); en déduire les positions relatives de (D) et (G)
  - c) Calculer l'aire en  $\text{cm}^2$  du domaine plan limité par la droite (D), la courbe (G) et les points B et C (on utilisera une intégration par parties).

C-  $X$  est une variable aléatoire réelle définie sur un espace probabilisé fini de probabilité  $P$ .  
Sachant que  $X$  prend les valeurs 0, 1, 2 et 3 et que  $P(X > 2) = 1/3$ ;  $P(X < 2) = 0.5$ ;  
 $P(X = 0) = P(X = 1)$ .

- 1) Recopier et compléter le tableau suivant qui donne la loi de probabilité de  $X$ .

X	0	1	2	3
$P(X = X)$				

- 2) En déduire l'espérance mathématique et l'écart type de  $X$ .

**NB:** La partie C est indépendante des parties A et B