

REPUBLIQUE DU CAMEROUN

Paix – Travail – Patrie

MINISTRE DE L'ENVIRONNEMENT
ET DES FORETS

SECRÉTARIAT GÉNÉRAL

CELLULE DE L'ENSEIGNEMENT

REPUBLIC OF CAMEROON

Peace – Work – Fatherland

MINISTRY OF ENVIRONMENT AND
FORESTRY

SECRETARIAT GENERAL

EDUCATION UNIT

TESTS D'ENTREE A L'ECOLE DES EAUX ET FORETS DE MBALMAYO
SESSION DE SEPTEMBRE 2003.

Cycle : B2 -- Techniciens Supérieurs des Eaux et Forêts (TSEF)

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Coefficient : 5/4

Durée : 4 heures

Exercice 1 : (5 pts)

Résoudre les équations suivantes

$$E : e^{2x} = 6 e^{2x}$$

$$E : e^x - \frac{18}{e^x} = 3$$

Exercice 2 :

Une urne contient 10 boules indiscernables au toucher numérotées de 1 à 10. On extrait au hasard en une seule fois 6 boules.

- 1- Déterminer la probabilité pour que toutes les boules aient un numéro inférieur ou égal à 8 (événement A)
- 2- Déterminer la probabilité pour que le numéro d'une boule soit 8 et les numéros des 5 autres inférieurs ou égaux à 6 (événement B).

Problème : 10pts

Le plan P est rapporté à un repère orthonormé (O, i, j) l'unité étant 3cm. Les courbes (C) et () seront représentées sur 2 dessins différents. Les questions A et B peuvent être considérées comme indépendantes.

A) Soit f la fonction numérique à variable réelle définie par :

$$f(x) = \frac{x}{x^2 + x + 1} ; \text{ et (C) sa représentation graphique.}$$

- 1) Etudier les variations de f
- 2) Déterminer une équation de la droite (D) tangente à (C) au point d'abscisse $x = 0$ et étudier la position relative de (D) par rapport à (C).
- 3) Tracer (D) et (C) dans P.

B) Soit g la fonction numérique à variable réelle, de représentation graphique (), définie par

$$g(x) = \frac{\ln x}{(\ln x)^2 + \ln x + 1} \quad \text{pour } x \in]0, +\infty[\text{ et } g(0) = 0$$

- 1) Montrer que g est continue en $x = 0$?
- 2) g est-elle dérivable en $x = 0$? qu'en déduisez vous pour () ?
- 3) Calculer la dérivée g' de g sur $]0, +\infty[$

On pourra se servir de la fonction définie par $\ln(x) = \ln x$ et remarquer que $g = f \circ \ln$.
Déterminer le signe de $g'(x)$; en déduire les variations de g .

Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$; et une équation de la tangente à (C) en $x = 1$.

4) Tracer (C) dans P.

5) Soit g la restriction de g à l'intervalle $[-1, e]$

Montrer que g est une bijection de $[-1, e]$ sur un intervalle I que l'on précisera.

En déduire que g admet une réciproque g^{-1} ;

Sans calculer $g^{-1}(x)$; déterminer g^{-1} puis tracer soigneusement sa représentation graphique () sur le même dessin que (C).