

Sujet: 2004

Deux boîtes B_1 et B_2 contiennent 2 boules noires et 2 boules blanches : B_1 contient 3 noires et 2 blanches, et B_2 contient 4 noires et 1 blanche.

On choisit une boîte au hasard (probabilité $1/2$) : on tire une boule dans cette boîte : on note sa couleur et on la remet dans la boîte. Si la boule tirée est blanche, on refait un tirage dans la même boîte. Si la boule tirée est noire, on fait un tirage dans l'autre boîte.

On applique ces règles à chaque tirage.

Soit P_n la probabilité pour que le $n^{\text{ième}}$ tirage ait lieu dans la boîte B_1

- 1- Calculez P_1, P_2, P_3
- 2- Montrez que pour $n > 2$: $P_n = (2/5) P_{n-1} + 4/5$
- 3- Déterminez P_n pour $n \in \mathbb{N}^*$, calculez lorsque $n \rightarrow \infty$ la limite de P_n

