

REPUBLIQUE DU CAMEROUN
Paix-Travail-Patrie
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
UNIVERSITE DE YAOUNDE I



REPUBLIC OF CAMEROON
Peace-Work-Fatherland
MINISTRY OF HIGHER EDUCATION
THE UNIVERSITY OF YAOUNDE I

ECOLE NORMALE SUPERIEUR DE YAOUNDE

CONCOURS D'ENTREE EN 1^{ERE} ANNEE SESSION DE 2014

Epreuve de : MATHEMATIQUES

SERIE : MATHEMATIQUES

Epreuve : Géométrie

Exercice 1 :

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct (O, I, J) , on considère l'ensemble (E) des points M d'affixes z vérifiant l'égalité $z(z + i) = 0$ ou la relation $(R): 2\text{Arg}(z + i) - \text{Arg}(z) = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

1. Montrer que (R) équivaut à $\text{Re}\left(\frac{z^2}{z}\right) = 0$ où Z est une expression de z à déterminer
2. En déduire que $(E) = (d) \cup (C)$ où (d) est une droite et (C) un cercle à déterminer
3. Construire (E) et la droite $(\Delta): 2x + 2(\sqrt{3} - 1)y + 1 = 0$
4. Vérifier que (Δ) rencontre (E) en trois points A, B et C à préciser.
5. Soit z_A, z_B et z_C les affixes respectives de A, B et C avec $\text{Im}(z_C) < \text{Im}(z_B) < \text{Im}(z_A)$
 - a. Mettre A et B sous forme exponentielle
 - b. Déterminer un argument de z_C à 0,01 près en degré
 - c. Déterminer la valeur exacte de l'aire du triangle OAC

Exercice 2 :

Le plan (P) est rapporté à un repère orthonormé (O, I, J) . Pour toute partie non vide (C) de (P) lorsqu'un point A de (C) minimise la distance OM lorsque M parcourt (C) , on dit que la distance de l'origine O à l'ensemble (C) vaut $d(O, (C)) = OA$.

1. On suppose que (C) est l'ensemble des points $M(x, y)$ tels que $y = -2x + 1$.
 - a. Quelle est la nature de (C) ?
 - b. En déduire la valeur exacte de $d(O, (C))$
 - c. Déterminer le point H de (C) tel que $d(O, (C)) = OH$

2. On suppose que $(C): y = 2x^2 - 1$ (courbe de f définie par $(x) = 2x^2 - 1$) pour $x \in \mathbb{R}$
 - a. M étant un point de (C) d'abscisse x , exprimer $g(x) = OM^2$ en fonction de x
 - b. Déterminer les extrema de g
 - c. Déduire la valeur exacte de $d(O, (C))$ et le(s) point(s) M de (C) tels que $d(O, (C)) = OM$
3. Déterminer $d(O, (C))$ lorsque (C) est le cercle d'équation $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$

Exercice 3 :

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct (O, I, J) . On considère la transformation F de (P) qui à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' tel que : $2z' = z + i\bar{z} + 2 - 2i$

1. Déterminer l'ensemble des points invariants par F
2. Montrer que M' décrit une droite (D) à préciser lorsque M varie dans (P)
3. Montrer que $z' - z = \lambda(1 - i)$ où λ est un réel dépendant de z à déterminer
4. En déduire que $\overrightarrow{MM'}$ est orthogonal à tout vecteur directeur $\vec{u}$ de (D) .
5. Déduire la nature et les éléments caractéristiques de F
6. Déterminer l'image par F
 - a. De la droite $(d): y = -x$
 - b. Du cercle $(C) : x^2 + y^2 = 1$