

ECOLE NORMALE SUPERIEUR DE YAOUNDE

CONCOURS D'ENTREE EN 1^{ERE} ANNEE SESSION DE 2013

Epreuve de : MATHEMATIQUES

SERIE : MATHEMATIQUES

Epreuve : Géométrie

L'épreuve comporte 10 volets indépendants de 2 points chacun

1. Soient A, B et C trois non alignés dans un plan, I milieu de [BC] et J le point tel que $\overrightarrow{AJ} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$.
 - a. Déterminer une équation cartésienne de la droite (IJ) dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.
 - b. Exprimer le point K d'intersection de (IJ) et (AC) comme barycentre de A et C.
2. ABCDEFGH est un cube de sens direct et d'arête 2. Soit I le milieu de [GC]
 - a. Déterminer la distance du point A au plan (EFI)
 - b. Déterminer la distance du point B à la droite (AI)Dans les questions 3 à 7, $\mathcal{R} = (O, \vec{i}, \vec{j})$ est un repère orthonormé direct du plan (P)
3. Soit P la parabole de sommet I(0,1) et de foyer F(-1; 0)
 - a. Déterminer l'équation réduite de la parabole P dans un repère à préciser.
 - b. Retrouver une équation cartésienne de P dans le repère $\mathcal{R}$.
4. Soit f la transformation du plan d'expression analytique dans $\mathcal{R}$:
$$\begin{cases} x' = 2x - y + 1 \\ y' = -x + 2y - 1 \end{cases}$$
 - a. Déterminer l'ensemble des points invariants par f
 - b. Déterminer les droites globalement invariantes par f.
5. Soit $S_{(d)}$ la symétrie orthogonale d'axe la droite (d)
 - a. Déterminer l'expression analytique de $S_{(d_1)}$ où $(d_1): x - \sqrt{3}y - 1 = 0$
 - b. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de $S_{(d_1)} \circ S_{(d_2)}$ où $(d_2): x = 1$.

6. Soit S la transformation du plan dont la forme complexe

$$z' = (-1 + i)z - 1 - 2i$$

- a. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de S .
- b. Déterminer et caractériser la transformation T du plan tel que $S \circ T = t_{2\vec{i}}$ où $t_{2\vec{i}}$ désigne la translation de vecteur $2\vec{i}$.

7. Soit (C) la courbe dont une équation cartésienne dans $\mathcal{R}$ est $-4x^2 - 8x + 2y + y^2 = 2$

- a. Déterminer la nature exacte de (C) , puis donner le centre et le sommet de $\mathcal{R}$
- b. Construire (C) dans le repère $\mathcal{R}$

8. Soient $ABCD$ un carré de (ε) et (E_m) l'ensemble des points M de (ε) vérifiant la relation : $AM^2 + BM^2 + CM^2 + mDM^2 = 0$

- a. Lorsque $A \in (E_m)$, déterminer le réel m et caractériser (E_m)
- b. Lorsque $B \in (E_m)$, déterminer le réel m et caractériser (E_m)

9. Soient $A(1,1,-1)$ et $B(2,-2,1)$ deux points de (ε)

- a. Déterminer l'ensemble (ε_1) des points M tels que $\overrightarrow{AM} \wedge \overrightarrow{AB} = 3\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$
- b. Déterminer l'ensemble (ε_2) des points M tels que $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = 3$

10. Pour $m \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 0\}$, h_m est l'application qui, à tout point M de (ε) , associe le point M' tel que $\overrightarrow{OM'} = (m+1)(\overrightarrow{OM} + \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k})$

- a. Montrer que h_m est une homothétie de centre Ω_m et de rapport k_m à déterminer.
- b. Montrer que Ω_m décrit une droite privée de deux points lorsque m varie dans $\mathbb{R} \setminus \{-1; 0\}$