REPUBLIQUE DU CAMEROUN	**REPUBLIC OF CAMEROON**
Paix-Travail-Patrie	**Peace-Work-Fatherland**
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR	**MINISTRY OF HIGHER EDUCATION**
UNIVERSITE DE YAOUNDE I	**THE UNIVERSITY OF YAOUNDE I**

ECOLE NORMALE SUPERIEUR DE YAOUNDE

CONCOURS D'ENTREE EN 1ERE ANNEE SESSION DE 2012

Epreuve de : MATHEMATIQUES

SERIE : MATHEMATIQUES

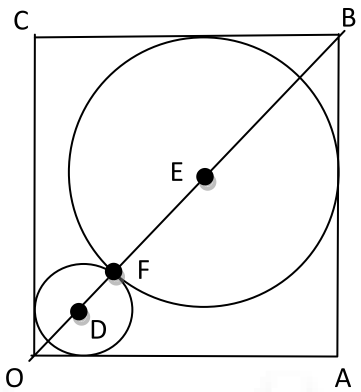
Epreuve : Géométrie

Exercice 1 :

Soient O, A,B et C quatre points du plan complexe P tels que ABC est de sens direct et isocèle en C, OAC est équilatéral de sens direct et C est le milieu de $[OB]$

1. Faire ne figure et placer les points O, A, B et C.
2. Montrer qu'il existe exactement deux isométries qui transforment O en B et A en C.
3. Soit r le déplacement transformant O en B et A en C.
   a) Montrer que r est une rotation dont on donnera l'angle
   b) Construire sur la figure ci-dessus le centre Ω de r. justifier
4. Soient $S_{(AC)}$ la réflexion d'axe (AC) et S l'antidéplacement appliquant O en B et A en C.
   a) Montrer que S est une symétrie glissée d'axe (AC).
   b) En déduire que $S = t_{\overrightarrow{AC}} \circ S_{\overrightarrow{AC}}$ où $t_{\overrightarrow{AC}}$ est la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$.
5. Soient $(O, \vec{u}, \vec{v})$ un repère orthonormé direct de P tel que A ait que affixe $= 2$. déterminer l'affixe du point Ω.

<u>Exercice 2</u>:



Données : OABC est un carré d'arrête 1 ;

(C_1) est tangent à (OC) et à (OA)

(C_2) est tangent à (AB) et à (BC)

(C_1) et (C_2) sont tangents en F

(C_1) a pour centre D et pour rayon x.

(C_2) a pour centre E et pour rayon y.

$x < y$ et la somme des aires de (C_1) et (C_2) est maximale.

1) On voudrait déterminer OD et OE
   a) Montrer que $OD = x\sqrt{2}$, $BE = y\sqrt{2}$ et que $x + y = 2 - \sqrt{2}$
   b) Déterminer la somme des aires de (C_1) et (C_2) puis OD et OE
2) Soit P la parabole de foyer F et de directrice (BC)
   a. Montrer que $E \in P$ et déterminer le paramètre P.
   b. Reproduire la figure précédente pour $OA = 2$ cm
   c. Construire sur la figure précédente la parabole P, son sommet et son axe.

Exercice 3:

1) Le plan (P) étant rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$, on considère l'application F qui à tout point $M(x,y)$ de (P) associe le point $M'(x',y')$ tel que : $x' = x - y + 2$ et $y' = 2y - 1$

a. L'application F est-elle une isométrie ? justifier
b. L'application F admet-elle des points invariants ? justifier
c. Déterminer les droites globalement invariantes par F.

2) Etant donné un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ de l'espace (ε), on considère le plan (Q) :

$$x = y + z + 1 \text{ et la droite } (d) \text{ de repère } (O,\vec{i} - \vec{j} - \vec{k})$$

a. Montrer que (Q) et (d) sont orthogonaux en un point I à déterminer.
b. Déterminer l'expression analytique de la réflexion S par rapport à (Q)
c. Déterminer sans calculs, la nature de $S \circ S$ où S est le demi-tour d'axe (d).