

CONCOURS D'ELEVE TECHNICIEN SUPERIEUR DE LA STATISTIQUE
EPREUVE PROFESSIONNELLE (MAI 2004)
DURÉE : 2H30

EXERCICE 1

Le bulletin mensuel de statistique publie un indice de prix de détail des appareils électroménagers base 100 en décembre 1984. La structure de cet indice à cette période est la suivante :

Article	Coefficient budgétaire
Appareils HIFI	12
Cuisinières	27
Aspirateurs et cireuses	15
Machines à laver	5
Petits appareils électriques	15
Machines à coudre	5
Récepteurs Radio K7	6
Réfrigérateurs	15

En septembre 1997 le niveau d'ensemble de cet indice était de 174, celui du poste réfrigérateurs 75, celui du poste cuisinières 232. On suppose qu'en 1998 (et par rapport à 1997) les prix des réfrigérateurs baissent de 3,5 %, ceux de des cuisinières augmentent de 4,8 %, les autres restent stables.

- 1) Quel sera le nouveau niveau de l'indice en 1998 ?
- 2) De quel type d'indice s'agit-il ?

EXERCICE 2

Le tableau statistique suivant fournit les effectifs de personnel par catégorie socio-professionnelle dans le B.T.P. en milliers, pour les années 1985 et 1996.

Catégorie socioprofessionnelle	1985	1996
Cadres supérieurs	6,5	9,5
Cadres moyens	13,5	17
Employés	25	26,5
Ouvriers	217	230

En prenant pour référence 1 la masse salariale des ouvriers, le gain salarial respectif des autres catégories était en 1985 proportionnel à ouvriers 1, employés 1,25, cadres moyens 1,75 et cadres supérieurs 4,7.

- 1) Comparer l'indice élémentaire des effectifs de 1996 base 100 en 1985 à l'indice synthétique des effectifs.
- 2) Donner la nature de l'indice synthétique.

EXERCICE 3

a) Soit une série statistique (x_i, n_i) , aux modalités x_i sont associées les fréquences absolues respectives n_i , $i = 1, 2, \dots, k$. On pose $\forall i, n = \sum_{i=1}^k n_i$ et $f_i = \frac{n_i}{n}$. On pose en plus $\bar{x} = \sum_{i=1}^k f_i x_i$

Soit $f(a) = \sum_i f_i (x_i - a)^2$

- 1) Pour quelle valeur de a $f(a)$ est-elle minimale ?
- 2) Montrer que $f(a) = \sum_i f_i (x_i - \bar{x})^2 + (\bar{x} - a)^2$
- 3) Calculer $f(0)$ et $f(\bar{x})$

Pour quelle valeur de a retrouve-t-on la formule de Kœnig sous sa forme simple $V(x) = Q^2 - \bar{x}^2$ au niveau de la question 2)

b) Une « bayem selam » a consacré une certaine somme d'argent à l'achat de sacs de haricot pendant les six premiers mois de l'année 2004 au prix unitaire respectif de 13 550 F CFA au cours du premier mois ; 14 150 F CFA le deuxième mois ; 13 890 F CFA le troisième mois ; 12 675 F CFA le quatrième mois ; 15 765 F CFA le cinquième mois ; enfin 16 128 F CFA au cours du sixième mois.

- 1) Calculer le prix moyen du sac de haricot payé par cette vendeuse pendant le premier trimestre de l'année ;
- 2) De quel type de moyenne s'agit-il ?

EXERCICE 4

7) Démontrer les formules suivantes

$$\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2} \qquad \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Indication : on pourra utiliser un raisonnement par récurrence.

- 8) On rappelle que pour $0 \leq p \leq n$, $C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!}$, établir une relation reliant la quantité C_{n+1}^{p+1} aux quantités C_n^p et C_n^{p+1} .
- 9) Soit a un réel non nul, montrer que les réels $A = (a^2 - 2a - 1)^2$, $B = (a^2 + 1)^2$ et $C = (a^2 + 2a - 1)^2$ sont trois termes consécutifs d'une progression arithmétique.