

**CONCOURS D'ELEVE TECHNICIEN SUPERIEUR DE LA STATISTIQUE  
EPREUVE DE CALCUL NUMÉRIQUE (MAI 2004)  
DURÉE : 3HEURES**

**EXERCICE 1**

- 1) Un contrôle a eu lieu dans une classe. On sait que deux tiers au moins des questions de ce contrôle étaient difficiles. Pour chacune de ces questions difficiles, deux tiers au moins des élèves n'ont pas su répondre. On sait aussi que deux tiers au moins des élèves ont bien réussi le contrôle: chacun d'eux à su répondre à deux tiers au moins des questions. Est-ce possible ? Justifier clairement vos réponses.
- 2) La réponse à la question précédente serait-elle la même si l'on remplaçait partout deux tiers par trois quarts ?
- 3) La réponse à la première question serait-elle la même si l'on remplaçait partout deux tiers par sept dixièmes ?

**EXERCICE 2**

- 1) Démontrer les formules suivantes

$$\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2} \qquad \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

*Indication : on pourra utiliser un raisonnement par récurrence.*

- 2) On rappelle que pour  $0 \leq p \leq n$ ,  $C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!}$ , établir une relation reliant la quantité  $C_{n+1}^{p+1}$  aux quantités  $C_n^p$  et  $C_n^{p+1}$ .
- 3) Soit  $a$  un réel non nul, montrer que les réels  $A = (a^2 - 2a - 1)^2$ ,  $B = (a^2 + 1)^2$  et  $C = (a^2 + 2a - 1)^2$  sont trois termes consécutifs d'une progression arithmétique.

**EXERCICE 3**

Soit la suite  $(u_n)$  définie par :  $u_1 = 1$ ,  $u_{n+1} = \frac{-1}{3+u_n}$

- 1) Calculer  $u_2, u_3, u_4$ .
- 2) Montrer par récurrence que  $u_n$  est minorée par -1.
- 3) Montrer par récurrence que  $u_n$  décroît.
- 4) Calculer sa limite  $L$ .
- 5) Tracer les courbes  $y = \frac{-1}{3+x}$  et  $y = x$  interpréter

**EXERCICE 4**

Une entreprise possède 200 points de vente répartis sur les six Etats de la CEMAC. Chaque point de vente a fait connaître son chiffre d'affaires exprimés en millions de francs, pour le mois de décembre 2003. Les chiffres d'affaires fournis sont consignés dans le tableau suivant :

77	129	56	67	78	176	75	101	68	96
89	46	178	125	97	26	50	29	151	141
120	77	33	75	17	113	97	80	144	109
96	60	152	20	84	123	105	57	102	100
61	118	140	95	84	152	101	105	63	95
115	3	104	107	47	83	75	50	119	137
2	46	80	79	120	159	110	108	138	143
93	94	124	99	110	115	139	55	146	72
31	121	109	17	64	136	103	112	149	114
136	144	96	128	86	62	100	105	78	46
50	137	71	107	113	141	42	135	89	38
114	136	115	74	71	114	123	87	124	94
127	34	116	28	107	93	29	113	99	115
113	122	137	111	59	107	78	189	5	114
121	116	68	86	81	124	124	67	93	107
125	123	134	120	49	96	101	99	102	72
79	48	90	140	142	86	72	117	28	16
81	106	125	128	35	82	124	50	77	149
98	103	103	101	97	96	193	152	127	107
109	127	76	97	62	105	50	80	108	62

- 1) Dépouiller les renseignements qui précèdent et présenter les résultats du dépouillement sous forme d'un tableau statistique dans lequel on mettra l'effectif et la fréquence de chaque classe. On retiendra les classes :  $[0, 30[$  ;  $[30, 50[$  ;  $[50, 70[$  ;  $[70, 90[$  ;  $[90, 100[$  ;  $[100, 110[$  ;  $[110, 120[$  ;  $[120, 130[$  ;  $[130, 150[$  ;  $[150, 200[$ .
- 2) Déterminer le nombre et la fréquence de points de vente dont le chiffre d'affaires est :
  - inférieur à 105 millions de francs ;
  - Supérieur à 60 millions de francs ;
  - Compris entre 35 et 150 millions de francs.

Les unités incluses à l'intérieur d'un intervalle sont supposées se répartir uniformément à l'intérieur de l'intervalle.